



INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

Luísa Ribeiro Rodrigues

**RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA  
DE ENSINO SUPERVISIONADA**  
Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos  
do Ensino Básico

Organização e Tratamento de Dados no 5º ano  
de escolaridade: do ensino à aprendizagem

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)  
Professora Doutora Isabel Vale

Dezembro de 2014



## **Agradecimentos**

*“Tudo o que um sonho precisa para ser realizado é de alguém que acredite nele”* Edward Forster

A todos os que acreditaram em mim, devo a minha imensa gratidão.

À minha professora e orientadora, PROFESSORA DOUTORA ISABEL VALE, pelos conselhos, críticas e vastidão de conhecimentos que partilhou comigo.

A todos os meus ALUNOS “emprestados”, que foram grande parte deste processo e me ajudaram a crescer, profissional e pessoalmente. Obrigada por alegrarem até os dias de chuva e me ajudarem a perceber que é isto que eu gosto de fazer!

Aos PROFESSORES COOPERANTES, que abriram a porta da sua sala de aula para que pudéssemos aprender.

Aos DOCENTES E NÃO DOCENTES das escolas por onde passei, pela amabilidade com que nos receberam, por nos fazerem sentir “em casa” e pela prontidão que mostraram em ajudar.

Aos PROFESSORES SUPERVISORES por todo o apoio, por partilharem a sua experiência e, acima de tudo, pelas críticas que me ajudaram a evoluir.

Às minhas COLEGAS DE ESTÁGIO, que fizeram este caminho comigo e me ajudaram a passar muitos dos obstáculos.

Aos meus PAIS, por me proporcionarem esta oportunidade, apoiarem ao longo de todos os anos, especialmente os últimos cinco.

Ao DIOGO, por tudo! Pela amizade, paciência, força, compreensão, ajuda e apoio incondicional ao longo dos últimos anos.

A todas as outras pessoas, incluindo os meus COLEGAS DE MESTRADO, que não era possível referenciar individualmente, mas que de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para a conclusão de mais uma etapa.

A todos, o meu sincero OBRIGADA!



## Resumo

O presente relatório enquadra-se no trabalho realizado durante a Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), desenvolvida num contexto do 2º Ciclo do Ensino Básico, no qual foram lecionadas diferentes áreas curriculares: Português, História e Geografia de Portugal, Ciências Naturais e Matemática, e que para além de uma reflexão sobre a PES apresenta um estudo desenvolvido no seu âmbito.

Durante o período de intervenção em contexto educativo foi desenvolvido um estudo, com alunos do 5º ano de escolaridade, na área disciplinar de matemática, que tinha como principal objetivo compreender o desempenho dos alunos na realização de tarefas de Organização e Tratamento de Dados (OTD), em particular identificar as suas principais dificuldades. Por forma a orientar o estudo, foram delineadas três questões de investigação: (a) *Como se caracteriza o desempenho dos alunos na realização de tarefas de OTD?* (b) *Quais as maiores dificuldades identificadas e sentidas na resolução de tarefas de OTD?* (c) *Em que conceitos estatísticos é que os alunos apresentam mais dificuldades?*

Para o desenvolvimento deste estudo optou-se por uma metodologia de investigação de natureza qualitativa, com *design* de estudo de caso. Deste modo, privilegiou-se a recolha de dados através de diferentes instrumentos: observações, questionários, entrevistas, documentos escritos e gravações áudio e vídeo.

Após a análise dos dados recolhidos foi possível concluir que o desempenho dos alunos na realização das tarefas é satisfatório, no entanto, há aspetos que podem ser melhorados, particularmente na construção de gráficos e no conceito de média. Na construção de gráficos de barras, os alunos nem sempre cumpriram todas as regras para a sua construção. Em relação às medidas de posição central, as dificuldades centraram-se nas tarefas que envolviam um conhecimento concetual da média, uma vez que estas exigiam mais do que a aplicação direta do algoritmo do cálculo da média.

**Palavras-Chave:** Matemática. Organização e Tratamento de Dados. Estatística. Raciocínio estatístico. Dificuldades.



## Abstract

The present study is part of the work done during Supervised Teaching Practice II, within a context of the 2<sup>nd</sup> Cycle of Basic Education, in which was lectured different curriculum areas: Portuguese, History and Geography of Portugal, Natural Sciences and Mathematics and that in addition to a reflection on the PES presents a study conducted thereunder.

During the intervention period in educational context a study was developed involving students of the 5<sup>th</sup> grade, in the subject area of mathematics which had as main objective understanding student performance in conducting Organization and Data Analysis (OTD) tasks. In order to guide the study, three guiding questions were outlined: (a) How can we characterize students' performance in conducting OTD tasks? (b) What are the main difficulties identified and expressed in solving OTD tasks? (c) In which statistical concepts do the students have more difficulties?

For the development of this study, a qualitative research methodology was adopted through a case study design. Thus, data collection was privileged through different instruments: observations, questionnaires, interviews, documents and audio and video recordings.

After analyzing the collected data, it was possible to conclude that the students' performance in the tasks is satisfactory, however, there are aspects that can be improved, in particular the construction of graphs and the concept of average. In bar charts, the students did not always comply with all the rules for its construction. Regarding the central position measurements, difficulties focused on the tasks which involved a conceptual knowledge of the average, since these require more than the direct application of the average calculation algorithm.

**Keywords:** Mathematics. Organization and Data Analysis. Statistics. Statistical reasoning. Difficulties.





## Índice

Introdução .....	1
Parte I – Enquadramento da PES.....	3
Capítulo I – O Contexto Educativo e a Turma.....	5
1. O enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada .....	5
2. O meio envolvente e a escola .....	5
3. A turma .....	6
Capítulo II – A Primeira Experiência.....	9
1. Contextualização.....	9
2. Português.....	9
3. Ciências Naturais.....	12
4. História e Geografia de Portugal.....	14
5. Matemática.....	16
6. O desafio para a investigação .....	18
Parte II – A Investigação .....	21
Capítulo I – O Problema .....	23
1. Pertinência do estudo.....	23
2. Problema e questões de investigação .....	25
Capítulo II – Revisão da Literatura .....	27
1. Orientações Curriculares para o Ensino da Matemática .....	27
2. O ensino e aprendizagem da Organização e Tratamento de Dados .....	30
2.1 A Literacia estatística.....	31
2.2 A representação dos dados e o raciocínio estatístico.....	33
2.3 Medidas de posição central: a Moda e a Média .....	35
3. As tarefas de Organização e Tratamento de Dados .....	36
3.1 As tarefas e a prática em sala de aula .....	36
3.2 Dificuldades associadas à realização de tarefas de OTD.....	40
4. Estudos empíricos.....	44
Capítulo III – Metodologia de Investigação .....	47
1. Investigar em Educação .....	47
1.1 A Investigação Qualitativa em Educação.....	47
1.2 Estudo de Caso .....	50

2. Opções Metodológicas .....	51
2.1 Escolha dos casos.....	51
2.2 Delineamento do estudo .....	52
3. Recolha de dados.....	53
3.1 Observações .....	54
3.2 Questionários .....	54
3.3 Entrevistas .....	55
3.4 Documentos escritos .....	57
3.5 Gravações áudio e vídeo.....	58
4. Análise de dados .....	58
Capítulo IV – Intervenção didática em OTD.....	61
1. Organização da intervenção didática .....	61
2. Descrição e exploração das tarefas .....	65
Capítulo V – Os Casos.....	73
1. A Turma.....	73
1.1 Caracterização e relação com a Matemática .....	73
1.2 Exploração das tarefas.....	75
1.3 Relação da turma com as tarefas .....	87
2. A Ana .....	88
2.1 A Ana como aluna.....	88
2.2 A Ana e a sua experiência Matemática .....	89
3. O Luís.....	102
3.1 O Luís como aluno .....	102
3.2 O Luís e a sua experiência Matemática .....	103
Capítulo VI – As Conclusões e Limitações do Estudo.....	119
1. Síntese das principais conclusões do estudo.....	119
2. Limitações do estudo e perspetivas de remediação .....	127
Parte III – (Re)Pensar a Prática .....	129
Referências Bibliográficas.....	137
Anexos .....	145

## Índice de Figuras

Figura 1: Textos para os alunos compararem – retirada do PowerPoint da aula.....	11
Figura 2: Aluno a realizar a atividade.....	12
Figura 3: Atividade concluída.....	12
Figura 4: Proposta de resolução.....	17
Figura 5: Proposta de resolução.....	17
Figura 6: Resolução de um aluno para a tarefa “No Laboratório” .....	75
Figura 7: Resolução de um aluno para a tarefa “No Laboratório” .....	76
Figura 8: Resolução errada de um aluno para a tarefa “No Laboratório” .....	76
Figura 9: Resolução de um aluno para a tarefa “No Laboratório” .....	77
Figura 10: Resolução de um aluno para a tarefa “O Peso do Francisco” .....	78
Figura 11: Resolução de um aluno à tarefa “O Peso do Francisco” .....	78
Figura 12: Resolução de um aluno para a tarefa “Os testes da Beatriz” .....	79
Figura 13: Resolução de um aluno para a tarefa “As turmas da professora Helena” .....	80
Figura 14: Resolução de um aluno para a tarefa “As idades dos três irmãos” .....	81
Figura 15: Resolução de um aluno para a tarefa “As idades dos três irmãos” .....	82
Figura 16: Resolução de um aluno para à alínea 1.2 da tarefa “O Jardim da Francisca” .....	83
Figura 17: Resolução de um aluno para à alínea 1.3 da tarefa “O Jardim da Francisca” .....	84
Figura 18: Resolução de um aluno para à alínea 1.3 da tarefa “O Jardim da Francisca” .....	84
Figura 19: Gráfico de barras da tarefa “As Figuras Geométricas” .....	86
Figura 20: Gráfico de barras da tarefa “As Figuras Geométricas” .....	86
Figura 21: Resolução da Ana à alínea 1.1 da tarefa “No Laboratório” .....	90
Figura 22: Resolução da Ana à tarefa “O Peso de Francisco” .....	92
Figura 23: Resolução da Ana à alínea 1.1 da tarefa “Os testes da Beatriz” .....	93
Figura 24: Resolução da Ana à tarefa “As Turmas da Professora Helena” .....	95
Figura 25: Resolução da Ana à alínea 1.1 da tarefa “O Jardim da Francisca” .....	97
Figura 26: Resolução da Ana à alínea 1.2 da tarefa “O Jardim da Francisca” .....	98
Figura 27: Resolução da Ana à alínea 1.2 da tarefa “O Jardim da Francisca” .....	98
Figura 28: Resolução da Ana à alínea 1.1 da tarefa “As Figuras Geométricas” .....	99
Figura 29: Tabela de Frequências para a alínea 1.2 da tarefa “As Figuras Geométricas” .....	100
Figura 30: Gráfico de barras da Ana para a alínea 1.3 da tarefa “As Figuras Geométricas” .....	101
Figura 31: Resolução do Luís à alínea 1.1 da tarefa “No Laboratório” .....	104
Figura 32: Resolução do Luís à alínea 1.2 da tarefa “No Laboratório” .....	105
Figura 33: Resolução do Luís à tarefa “O Peso do Francisco” .....	106

Figura 34: Resolução do Luís à alínea 1.1 da tarefa “Os testes da Beatriz” .....	107
Figura 35: Resolução do Luís à alínea 1.2 da tarefa “Os testes da Beatriz” .....	107
Figura 36: Resolução do Luís à alínea 1.3 da tarefa “Os testes da Beatriz” .....	109
Figura 37: Resolução do Luís à tarefa “As turmas da Professora Helena” .....	110
Figura 38: Resolução do Luís à tarefa “A idade dos três irmãos” .....	112
Figura 39: Resolução do Luís à alínea 1.1 da tarefa “O jardim da Francisca” .....	112
Figura 40: Resolução do Luís à alínea 1.2 da tarefa “O jardim da Francisca” .....	113
Figura 41: Resolução do Luís à alínea 1.2 da tarefa “O jardim da Francisca” .....	113
Figura 42: Resolução do Luís à alínea 1.3 da tarefa “O jardim da Francisca” .....	114
Figura 43: Tabela de Frequências para a alínea 1.2 da tarefa “As figuras geométricas” .....	115
Figura 44: Gráfico de barras do Luís para a alínea 1.3 da tarefa “As figuras geométricas” .....	116

## Índice de Tabelas

Tabela 1: Procedimentos realizados ao longo do estudo .....	53
Tabela 2: Esquema das aulas, conteúdos e tarefas.....	62
Tabela 3: Distribuição das tarefas pelos diferentes raciocínios.....	64
Tabela 4: Síntese do desempenho da turma nas tarefas.....	120
Tabela 5: Síntese do desempenho da Ana e do Luís nas tarefas .....	120
Tabela 6: Síntese do desempenho dos alunos-caso na resolução das tarefas. ....	121

## **Lista de Abreviaturas**

AVEF – Agrupamento Vertical de Escolas de Fragoso

CN – Ciências Naturais

ES1 – Entrevista Semanal 1

ES2 – Entrevista Semanal 2

ES3 – Entrevista Semanal 3

ES4 – Entrevista Semanal 4

HGP – História e Geografia de Portugal

IEC – Intervenção em Contexto Educativo

MEC – Ministério da Educação e da Ciência

NEE – Necessidades Educativas Especiais

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

OTD – Organização e Tratamento de Dados

PES – Prática de Ensino Supervisionada

PES I – Prática de Ensino Supervisionada I

PES II – Prática de Ensino Supervisionada II

PMEB-2007 – Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007

PMEB-2013 – Programa de Matemática do Ensino Básico de 2013

PCT – Projeto Curricular de Turma

POC – Professor Orientador Cooperante

TEIP – Território Educativo de Intervenção Prioritária

UAEM – Unidade de Apoio Especializado à Multideficiência

UC – Unidade Curricular

## **Lista de Anexos**

Anexo 1 – Autorização para os Encarregados de Educação

Anexo 2 – Questionário 1

Anexo 3 – Questionário 2

Anexo 4 – Guião da Entrevista Semiestruturada

Anexo 5 – Tarefas

Anexo 6 – Ficha de Avaliação Sumativa

## Introdução

O presente relatório encontra-se integrado na unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada II, que está inserida no plano curricular do Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico e encontra-se dividido em três partes. Pretende descrever uma parte da experiência vivida durante a Prática de Ensino Supervisionada (PES), e, com esse propósito, em termos estruturais encontra-se dividido em três partes: Parte I - Enquadramento da PES; Parte II – A Investigação; Parte III – (Re)Pensar a Prática.

Na *primeira parte* faz-se o enquadramento e caracterização do contexto educativo onde foi desenvolvida a Prática de Ensino Supervisionada II, juntamente com uma descrição da turma na qual foi implementado o estudo. Dedicar-se, também, um capítulo para fazer o relato de uma aula de cada uma das quatro áreas disciplinares, integrando uma componente reflexiva acerca das práticas de sala de aula adotadas. A concluir a primeira parte faz-se referência à inspiração que conduziu para a área de estudo a investigar assim como a justificação das razões de tal opção.

Na *segunda parte*, apresenta-se todo o trabalho investigativo, que teve como principal objetivo compreender o desempenho dos alunos na realização das tarefas de Organização e Tratamento de Dados, com enfoque em aspetos específicos como o raciocínio dos alunos e as suas dificuldades. Considerou-se pertinente realizar um estudo neste tema, uma vez que é inquestionável que a sociedade de hoje vive sob o domínio das tecnologias e que a multiplicidade de informação produzida chega até nós nas suas mais variadas formas. Assim, impõe-se que os cidadãos saibam ler e interpretar, de forma crítica, a informação estatística que recebem, por forma a poderem fazer escolhas e tomar decisões conscientes e acertadas. Esta segunda parte encontra-se dividida em seis capítulos. No primeiro capítulo faz-se a apresentação do problema, a pertinência do estudo e as questões orientadoras delineada para a investigação. Feita a apresentação do problema, dedica-se um capítulo à revisão da literatura, onde se aborda, ainda que de forma sucinta, aquela que foi relevante para enquadrar o problema em estudo. Nesta continuidade, no terceiro capítulo, aborda-se a metodologia de trabalho adotada, justificando opções metodológicas e apresentando os instrumentos de recolha de dados, terminando-o com a explicação do tratamento e

análise dos dados. O capítulo que se segue é dedicado à intervenção didática, onde se faz a descrição das tarefas implementadas assim como a sua implementação. O quinto capítulo inicia-se com a caracterização da turma, nomeadamente a sua relação com a matemática e o seu desempenho global na realização das tarefas propostas, seguido o relato mais pormenorizado dos dois casos selecionados para este estudo. O quinto capítulo serve de conclusão a esta parte do trabalho, nele faz-se uma análise acerca do desempenho dos alunos e apresentam-se as respostas às questões de investigação.

A última parte deste relatório, a *terceira parte*, é dedicada à reflexão global acerca da Prática de Ensino Supervisionada I e II, identificando potencialidades e fragilidades e as principais aprendizagens adquiridas nesta experiência.



# Parte I – Enquadramento da PES

Apresenta-se, sucintamente, a caracterização da escola e da turma na qual se desenvolveu a Prática de Ensino Supervisionada (PES) aquando da Intervenção do Contexto Educativo (ICE). É também descrita, de forma resumida, a experiência em cada uma das áreas de intervenção.



## Capítulo I – O Contexto Educativo e a Turma

### 1. O enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada

A unidade curricular (UC) Prática de Ensino Supervisionada (PES) está inserida no plano de estudo do Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico, e encontra-se dividida em duas vertentes: PES I e PES II.

A PES I foi realizada numa escola do 1º Ciclo do Ensino Básico, numa turma do 2º ano de escolaridade. Tratava-se de uma escola inserida no programa de Território Educativo de Intervenção Prioritário (TEIP), sendo esta uma das razões que sustentavam a necessidade de, na escola, as turmas serem bastante reduzidas. A turma era constituída por onze alunos, três dos quais frequentavam, permanentemente, a Unidade de Apoio Especializado à Multideficiência (U.A.E.M.), dos restantes oito, um era acompanhado por uma pedopsiquiatra, por ser diagnosticado com hiperatividade com défice de atenção tipo misto grave. A prática desenvolveu-se durante quinze semanas, sendo as primeiras três semanas de observação da turma e das suas características, assim como de apropriação do plano anual da escola, e as restantes de regência, nas quais se lecionaram conteúdos das diferentes áreas disciplinares para o ano em questão.

A PES II foi desenvolvida na Escola Básica 1, 2 e 3 de Fragoso, que abrangia diferentes níveis de ensino, desde o pré-escolar até ao 3º ciclo do Ensino Básico. A prática foi desenvolvida no 2º ciclo do ensino básico, numa turma do 5º ano de escolaridade. No total, a regência decorreu durante doze semanas, três de observação da turma, de modo a conhecer as características dos alunos e a preparar o período que se seguia: *a regência*. Esta decorreu durante nove semanas, durante as quais foi possível implementar atividades nas diferentes áreas disciplinares: *Português, Matemática, História e Geografia de Portugal e Ciências Naturais*.

### 2. O meio envolvente e a escola

O Agrupamento Vertical de Escolas de Fragoso (AVEF) situa-se no concelho de Barcelos, na freguesia de Fragoso, sendo o setor económico predominante na freguesia, de acordo com os dados do estudo de Regado e Fonseca (2002), o setor secundário

(63,9%), destacando-se neste a construção civil e os operários fabris. As atividades do setor primário são executadas por 15% da população ativa e o setor terciário por 21,1%. O agrupamento integra a rede de escolas públicas do Ministério da Educação e da Ciência (MEC), e serve alunos das freguesias adjacentes, como Aldreu, Durrães, Balugães, Palme, Tregosa, Forjães e Carvoeiro, pertencentes ao concelho de Barcelos, mas também ao concelho de Esposende e Viana do Castelo.

Este agrupamento é constituído por nove estabelecimentos de ensino, desde jardins-de-infância a escolas do 3º ciclo: Jardim de Infância de Boavista – Aldreu, Jardim de Infância de Lage – Balugães, Jardim de Infância de Igreja – Durrães, Jardim de Infância de Cruz – Palme, Escola Básica do 1º Ciclo de Aldreu, Escola Básica do 1º Ciclo de Ponte de Cal – Balugães, Escola Básica do 1º Ciclo de Igreja – Durrães, Escola Básica do 1º Ciclo Cruz de Palme, Escola Básica 1,2,3 de Fragoso, sendo esta última a escola sede, que também integra, ainda, o Jardim de Infância de Igreja - Fragoso. Foi neste último estabelecimento que se realizou a PES II.

Esta escola iniciou as atividades académicas no ano letivo de 1999/2000, sendo a escola construída em 1999 sem o pavilhão gimnodesportivo, que ainda hoje não existe. É constituída por vinte e quatro salas, uma biblioteca equipada com livros para todas as idades e equipamento audiovisual (computadores, televisões e leitor de DVD), uma sala de estudo, uma sala de convívio para os alunos, três laboratórios de ciências naturais e físico-químicas bem equipados, uma sala de informática, sala de convívio para professores, salas de Educação Visual e Tecnológica, cantina, bar, reprografia e papelaria, campos desportivos e balneários.

### **3. A turma**

A turma na qual se desenvolveu a PES II, como já foi referido, era do 5º ano de escolaridade, constituída por 18 alunos, sete do sexo feminino e os restantes onze do sexo masculino. Como em todas as turmas, também nesta existiam bons alunos e alunos com mais dificuldades. No entanto, não havia extremos, ou seja, não havia alunos que se destaquem por serem excelentes, nem os que apresentavam muitas dificuldades, ao ponto de não conseguirem acompanhar o ritmo das aulas, o que facilitou muito o desenvolvimento das atividades.

Apesar de ser uma turma sem grandes problemas, quer a nível comportamental quer a nível de aprendizagem, é importante ter em consideração que no universo dos alunos, três já tinham ficado retidos: um por ter iniciado o 1º Ciclo do Ensino Básico numa escola de França, tendo ficado retido no mesmo ciclo quando regressou para Portugal; um segundo aluno ficou retido, também, no 1º Ciclo do Ensino Básico; e um terceiro que se encontrava a repetir o 5º ano de escolaridade e já havia ficado retido no ciclo anterior. Em termos etários, nesta turma havia um aluno com doze anos de idade, dois alunos com onze anos de idade e quinze com dez anos de idade. Contudo, estas diferenças não influenciaram a forma de planear as aulas, uma vez que todos os eram capazes de acompanhar as aulas, havendo uns que o faziam com mais facilidade do que outros, mas não condicionavam o ritmo da turma.

Ainda em termos de caracterização dos alunos, importa referir os seus gostos no que respeita os hábitos de estudo e de leitura, fatores que ajudam a conhecê-los melhor e a compreender a relação que estes têm com a escola. Todos os alunos indicaram que tinham acesso a livros em casa, sendo que apenas dois indicaram que não gostavam de ler. O facto de gostarem de ler aumentou em muito a sua criatividade e contribuiu para as suas ideias bastante interessantes, permitindo obter resultados bastante positivos em todas as áreas, particularmente nas produções escritas, na área do português.

Em relação aos hábitos de estudo, apenas três referiram que estudavam diariamente, sendo que doze responderam que não eram assíduos na realização dos trabalhos de casa e que só estudavam na véspera dos testes, o que acaba por se refletir no seu desempenho, mostrando nos testes falta de estudo, assim como não eram assíduos na realização dos trabalhos de casa.

No que respeita o comportamento dos alunos, não havia casos de indisciplina, apesar de a três deles ter sido diagnosticada hiperatividade, mas uma vez que se encontravam a tomar medicação sob acompanhamento médico não se podiam considerar casos problemáticos.

Em jeito de conclusão, sobre a caracterização da turma é possível dizer que, de um modo geral, os alunos eram bastante participativos, contudo, por vezes, era necessário ter cuidado em gerir as intervenções.

Ao longo de quase quatro meses, foram lecionadas quatro disciplinas diferentes. Na disciplina de História e Geografia de Portugal os alunos mostravam bastante

curiosidade em perceber o que tinha acontecido no passado. Para satisfazer a sua curiosidade e elevar a motivação foi necessária a utilização de recursos didáticos diferentes dos habituais, que não fossem apenas o manual escolar, sendo que quando usavam o manual era notória uma desmotivação, uma vez que as aulas a que estavam habituados consistia, maioritariamente, na leitura do manual.

Era na disciplina de Ciências da Natureza que os alunos apresentavam o pior comportamento, o que tornava esta uma das aulas mais difíceis de lecionar. As razões para a alteração do comportamento poderiam dever-se ao horário da aula de noventa minutos, lecionada às sextas-feiras à tarde, quando os alunos indicavam evidentes sinais de fadiga e ansiedade. Nesta disciplina os alunos mostraram particular interesse por realizar atividades experimentais e muita curiosidade sobre os fenómenos que nos rodeiam, o que permitia apresentar atividades práticas, nas quais os alunos podiam debater diferentes pontos de vista e simultaneamente controlar melhor a turma nestes momentos.

Relativamente à disciplina de Português, os alunos mostraram grande capacidade de escrever textos criativos, apesar de terem muitas dificuldades na correção ortográfica, escrevendo com muitos erros. De todos os conteúdos que foram lecionados, os alunos apresentavam maiores dificuldades na aprendizagem da gramática, pelo que havia a necessidade de trabalhar os seus conteúdos de formas lúdicas e que despertassem o seu interesse.

Quanto à disciplina de Matemática, tendencialmente é a disciplina em que mais alunos têm receios, muitas vezes infundados. Esta turma não diferia da generalidade e, de facto, a matemática foi a disciplina em que apresentavam mais dificuldades, principalmente no que respeita a resolução de problemas, nomeadamente em compreender o seu enunciado e em arranjar uma estratégia de resolução. O comportamento dos alunos na aula de matemática era exemplar, em grande parte devido à atitude do professor cooperante, que lhes exigia muita disciplina e ordem na sala de aula, facilitando assim o trabalho das professoras estagiárias.

## Capítulo II – A Primeira Experiência

Uma parte importante neste processo de aprendizagem está relacionado com a planificação das aulas e a preparação antecipada dos materiais, de modo a apresentar aulas organizadas para proporcionar aos alunos um momento adequado de aprendizagem. Deste modo, neste capítulo serão apresentadas algumas dessas experiências nas quatro áreas de intervenção – Português, História e Geografia de Portugal, Ciências da Natureza e Matemática – acompanhadas de uma pequena reflexão acerca da escolha da área e do tema em estudo.

### 1. Contextualização

No dia 24 de fevereiro, do presente ano, iniciou-se um período de intervenção em contexto educativo, no âmbito da PES II, que terminou a 30 de maio do mesmo ano. As primeiras três semanas foram dedicadas à observação, momento que foi aproveitado para conhecer a turma e os professores orientadores cooperantes (POC), os planos de atividades das diferentes disciplinas e preparar as regências, que se iniciaram com a disciplina de Português, que decorreu durante um período de três semanas. Terminada, foi iniciada a regência nas áreas de Ciências Naturais (CN) e História e Geografia de Portugal (HGP) que, à semelhança da anterior, estendeu-se durante três semanas, sendo estas duas disciplinas lecionadas simultaneamente. A última área de regência foi Matemática, sendo aqui lecionados os diversos conteúdos do tema de Organização e Tratamento de Dados (OTD) expressos no programa, sendo em simultâneo implementadas tarefas para o desenrolar da investigação.

Deste modo, será apresentada uma aula de cada área disciplinar na qual houve intervenção por parte da investigadora, que desempenhou o papel de professora estagiária.

### 2. Português

(...) O princípio da transversalidade afirma aqui toda a sua relevância, o que significa que a aprendizagem do português está directamente relacionada com a questão do sucesso escolar, em todo o cenário curricular do Ensino Básico e mesmo, naturalmente, antes e para além dele. (ME, 2009, p. 12)

Durante as três semanas de regência foram lecionadas um total de nove aulas, sendo uma dedicada à realização do teste de avaliação e outra à sua entrega e correção. Uma vez que o plano anual já estava definido, durante a passagem por esta área foi proposto que trabalhasse o *Bloco 6 – O espetáculo vai começar*, que introduziu o texto dramático e, a nível gramatical, a *função sintática e frase e constituintes da frase*.

Esta disciplina causou em mim algum nervosismo, não só por se tratar da primeira regência neste ciclo mas também por estar a lecionar uma disciplina bastante importante para os alunos, o que, por outro lado, despertou motivação e empenho para as aulas.

A aula que a seguir se apresenta (Anexo em CD) aborda a introdução do bloco supra referenciado. Por se tratar de um tema novo para os alunos, foi objetivo motivar o seu interesse e enriquecer o seu léxico utilizando como estratégia uma breve introdução ao teatro, a apresentação deste tipo de escrita, da sua finalidade, características e divisão.

No início da aula, sem que os alunos soubessem o tema que se iria trabalhar, foram apresentados dois textos, idealizados pela professora, que apresentavam a mesma história escritas segundo duas formas textuais diferentes, o texto A sob a forma de texto narrativo e o texto B sob a forma de texto dramático. Após a apresentação e leitura dos textos foi pedido aos alunos que indicassem diferenças e semelhanças entre eles, anotando-as no quadro. Os alunos participaram ativamente na atividade, mobilizando os conhecimentos que já tinham adquirido anteriormente, respeitantes ao texto narrativo. A aula prosseguiu normalmente, tendo a professora explicado aos alunos que o texto B representava um novo estilo, utilizado nas representações teatrais, que tem o nome de texto ou estilo dramático, momento que foi aproveitado para introduzir as finalidades deste tipo de texto.



Texto A	Texto B
<p>A Ana estava no seu quarto, era o seu local preferido para estudar. Tinha os livros escolares organizados na estante, os cadernos da escola, esses, estavam espalhados pela secretária e, nas costas da cadeira, estava pendurada a mochila, ainda fechada. Sentou-se na secretária, devia começar a fazer os trabalhos de casa, mas a vontade não era muita. Nesse instante entra no quarto a Rita, a irmã mais nova.</p> <p>- A mãe faz anos amanhã. Que surpresa lhe vamos fazer? Já tiveste alguma ideia?</p> <p>- Pensei que podíamos acordar mais cedo e preparar-lhe um pequeno-almoço. Acho que ela ia gostar de ter tudo feito logo pela manhã. – respondeu a Ana.</p> <p>- Ótima ideia!! Ela vai adorar começar o dia assim... - Acrescentou a irmã, entusiasmada.</p>	<p><i>No quarto encontra-se uma cama, estantes e uma secretária. Na estante estão organizados os livros escolares; na secretária estão espalhados os cadernos e nas costas da cadeira encontra-se pendurada a mochila fechada. A Ana está sentada à secretária. Entra no quarto a Rita.</i></p> <p><b>RITA</b> (<i>dirige-se para a Ana</i>): A mãe faz anos amanhã. Que surpresa lhe vamos fazer? Já tiveste alguma ideia?</p> <p><b>ANA</b> (<i>responde à irmã</i>): Pensei que podíamos acordar mais cedo amanhã, e preparar-lhe um pequeno-almoço. Acho que ela ia gostar de ter tudo feito logo pela manhã.</p> <p><b>RITA</b> (<i>entusiasmada</i>): Ótima ideia!! Ela vai adorar começar o dia assim...</p>

Figura 1: Textos para os alunos compararem – retirada do PowerPoint da aula.

O momento foi aproveitado para que os alunos adquirissem alguns conhecimentos novos (como a função do dramaturgo, diferentes tipos de representação teatral, ...) bem como a revisão do conceito de campo lexical e, com o objetivo de uma aprendizagem participativa, foi colocada a questão: *Quem já foi ao teatro?* Pedindo aos alunos que indicassem algumas palavras que estivessem relacionadas com *teatro*, apelando a conhecimentos e experiências prévias. Todos participaram na atividade, com ideias bastante construtivas (por exemplo: atores, palco, fantoches, marionetas, adereços, máscara, falas, cenário, figurantes, encenador, público, dramaturgo).

Por se constatar que os alunos compreenderam as finalidades do texto dramático, foram apresentados os atos e as cenas, de forma gradual para que percebessem a correta divisão deste tipo de texto. Terminada esta abordagem os alunos realizaram uma pequena atividade, em que lhes era pedido para aplicarem os conhecimentos adquiridos. A correção desta, com o objetivo de cativar a atenção dos alunos e motivá-los, foi feita de uma forma pouco habitual, ou seja, no quadro afixou-se o exercício entregue aos alunos em tamanho grande, para que os estes fossem lendo e colocando a palavra correta no devido espaço.

Terminada a atividade foram apresentados os dois tipos de texto que integram o texto dramático, sendo feita, também, uma atividade de consolidação. Mais uma vez optou-se por uma correção na qual estes estavam ativamente envolvidos e foi realizada de forma interativa.



Figura 2: Aluno a realizar a atividade.

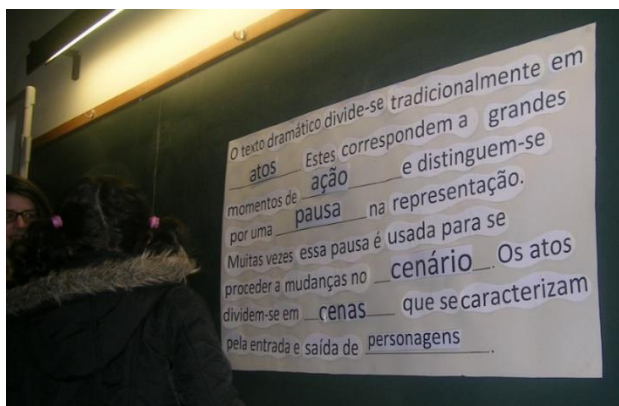


Figura 3: Atividade concluída.

À semelhança do que já se tinha verificado, a turma realizou a atividade sem dificuldades, mostrando que adquiriu os conhecimentos pretendidos e participou ativamente na aula com ideias construtivas.

Sendo certo que durante a aula foi abordado o texto dramático, impunha-se que houvesse contacto com este tipo de texto. Para o efeito, foram apresentadas três obras escritas neste estilo literário: *O príncipe Nabo*, de Ilse Losa; *Teatro às três pancadas* e *A flauta sem mágica*, de António Torrado. Cada obra foi entregue a uma fila e, em pares ou quartetos, procuraram os elementos que estudaram durante a aula: *personagens*, *texto principal*, *texto secundário*, *o dramaturgo*, *atos* e *cenas*. No exercício desta atividade verifiquei que quando um grupo folheava uma das obras havia alunos sem nenhuma obra, como perspetiva de remediação, optaria por apresentar mais obras, para que todos, em simultâneo, estivessem em contacto com o livro.

De um modo geral, considero que a aula decorreu como planeada e que os alunos responderam às expectativas criadas.

### 3. Ciências Naturais

O ensino deverá ser problematizado, questionando as alternativas e o valor de soluções fornecidas pela Ciência, sendo de tornar relevante que, à medida que o ambiente sócio-cultural se altera e as técnicas de investigação melhoram, hipóteses e teorias bem estabelecidas podem ser desafiadoras, modificadas e até substituídas. (ME, 1991, p. 185)

Nesta área disciplinar foi proposto que trabalhasse o tema *A Água – A importância da água para os seres vivos*. Neste âmbito foram projetadas cinco aulas, duas delas de noventa minutos e três de quarenta e cinco. Uma vez que era importante para a aprendizagem, motivação e envolvimento dos alunos a realização de atividades experimentais e de resolução de problemas, houve a preocupação de, sempre que possível, introduzir estas vertentes, apostando na regência de três aulas de atividades experimentais.

A terceira aula, aqui apresentada, foi dedicada à realização de atividades experimentais e resolução de problemas relacionados com o dia-a-dia dos alunos e os problemas que afetam a água no mundo, muitas vezes provocados por nós de forma inconsciente (Anexo em CD). A turma era bastante curiosa, o que era bom, uma vez que os alunos participavam bastantes, mas exigia muita preparação por parte da professora, e, num tema como o que foi trabalhado, existem sempre muitos “porquê?”.

Antes de iniciar a aula houve o cuidado de preparar a sala e os alunos para a atividade, para evitar ruído e dispersão. Para o efeito, na aula anterior, foi entregue a cada um uma pequena carta com uma imagem, a mesma estaria colocada em cima das diferentes mesas de trabalho, para que deste modo cada aluno se dirigisse, sem confusão, para a respetiva mesa de trabalho. Sempre que possível o professor deve ter esse cuidado, pois deste modo não há confusão ou dúvidas devido à mudança de lugares, o que permite ter mais tempo para dedicar à realização de atividades.

Na sua mesa de trabalho cada grupo tinha uma história que retratava uma situação em que, devido à ação humana, diferentes substâncias chegavam ao rio. Os alunos foram desafiados a recriar essas situações, por forma a verificarem o que acontece quando, no dia-a-dia, realizamos ações que, muitas vezes, pensamos que não têm consequências. Todos os alunos tinham uma situação diferente e, após a realização do protocolo, apresentaram os resultados a que chegaram, sendo que, no final de cada apresentação, foi dedicado um momento para discutir o problema que a ação do Homem causava e possíveis soluções para minimizar ou eliminar esse problema. Neste momento todos os alunos tiveram a oportunidade de participar na discussão e apresentaram ideias bastante criativas para as diferentes situações descritas nos protocolos, e por se tratar de um exercício que obrigava os alunos a falarem em público

e a expressarem de forma clara e concisa as suas ideias, permitiu, também, trabalhar a expressão oral.

Com as misturas dos alunos, além do momento de atividade prática e resolução de problemas, pretendia-se lecionar alguns conteúdos programáticos: *as propriedades da água pura; soluto e solvente; mistura homogénea e heterogénea; substâncias solúveis e insolúveis*. Partindo de todas as misturas, era possível exemplificar todos os conteúdos que estavam a ser lecionados, proporcionando uma aprendizagem mais significativa, uma vez que não eram apenas apresentadas definições isoladas, mas sim apresentados exemplos.

Inicialmente, quando a aula foi planificada, não estava prevista a resolução de problemas, no entanto, esta estratégia pareceu adequada e potencializadora das aprendizagens, desenvolvendo também a capacidade de argumentação.

No que respeita a participação os alunos superaram as expectativas, por participarem de forma ativa, ordenada, construtiva e criativa. A aula foi bastante produtiva, sendo lecionados bastantes conteúdos, que os alunos interiorizaram, e, ao mesmo tempo, foi possível trabalhar a educação ambiental, sensibilizando para problemas derivados da poluição da água.

#### 4. História e Geografia de Portugal

(...) Procura-se ainda, com a disciplina, que os alunos desenvolvam atitudes que favoreçam o seu conhecimento do presente e do passado, despertando-lhes o interesse pela intervenção no meio em que vivem, pela actividade humana nesse meio, pelos traços visíveis dessa actividade e pela organização espacial daí decorrente. (ME, 1991, p. 77)

Na disciplina de HGP foi proposto que se abordasse o tema *Portugal nos séculos XV e XVI – A vida urbana no século XVI – Lisboa quinhentista*. Este tema foi interessante para os alunos uma vez que apresentava duas vertentes que despertavam neles curiosidade: o crescimento da capital e as riquezas que chegavam a Portugal dos diversos pontos do Mundo. À semelhança do que aconteceu com CN, os conteúdos trabalhados neste tema foram lecionados em cinco aulas, duas de noventa minutos e três de quarenta e cinco minutos.

Das quatro áreas disciplinares, esta era a que constituía novidade, uma vez que as restantes já tinham sido trabalhadas no 1º Ciclo do Ensino Básico, embora de forma

não tão aprofundada. Pelo facto de se tratar de uma área nova, houve ainda mais responsabilidade e uma mais cuidada preparação, quer em termos de investigação quer na criação de recursos adequados à aprendizagem.

Deste modo a aula aqui apresentada reporta à segunda regência na área, cuja temática é o comércio marítimo do século XVI e a vida quotidiana na cidade de Lisboa (Anexo em CD). Como estratégia habitual, antes de se iniciar um novo conteúdo, foi feita uma revisão sobre o que tinha sido trabalhado na aula anterior, pois era importante relembrar para que conseguissem compreender melhor a matéria, uma vez que os acontecimentos surgiam segundo uma ordem cronológica. Tanto nesta aula, como nas restantes, não foi usado o manual e optou-se por tornar a História mais apelativa para os alunos, criando recursos o mais motivadores possível. Assim, após a revisão, foi apresentado um planisfério e, progressivamente, iam sendo apresentadas as diferentes rotas comerciais, indicadas por setas de cores diferentes que surgiam no quadro à medida que se acionavam os botões, sendo explicanda cada uma delas.

Com isto, foi feita a “ponte” entre as riquezas originadas pelas rotas e a influência que estas tiveram no crescimento da cidade de Lisboa, sendo analisado o documento “As riquezas que chegavam a Lisboa” de Luís Mendes de Vasconcelos, considerado um “recurso fundamental” (ME, 1991, p. 94) que “deverá ser explorado de modo a contribuir para o desenvolvimento de espírito crítico, do gosto pelo estudo e pela pesquisa” (ME, 1991, p. 94, 95). Além do documento escrito foi apresentado um documento iconográfico, a Rua dos Mercadores, em Lisboa, bastante populosa, como introdução à segunda parte da aula, a vida quotidiana e os contrastes da sociedade.

Para captar a concentração dos alunos e aumentar a sua motivação para a disciplina foi apresentada uma animação que retratava o dia-a-dia de uma família burguesa, fazendo referência aos escravos oriundos de África e aos emigrantes que procuravam em Lisboa melhores condições de vida. Finda a apresentação, entramos no período de discussão à volta de questões pré-definidas, sobre o tópico trabalhado, que foi um momento bastante interessante, no qual os alunos expuseram as suas ideias.

No final da aula um dos alunos perguntou, com um tom de surpresa “A aula já acabou?”, que é o tipo de observações que agradam qualquer professor porque atestam a motivação e o interesse dos alunos e são a prova de que os recursos utilizados foram adequados e ajudaram a atingir os objetivos propostos. O facto de grande parte da aula

se basear no diálogo bidirecional ajudou à compreensão da matéria, envolveu bastante os alunos e a suas ideias contribuindo para alterar a ideia pré-definida que há em relação à disciplina: *em história só se lê o livro e responde-se às questões do mesmo!*

## 5. Matemática

A disciplina de Matemática no básico deve contribuir para o desenvolvimento pessoal do aluno, deve proporcionar a formação matemática necessária a outras disciplinas e ao prosseguimento dos estudos – em outras áreas e na própria Matemática – e deve contribuir, também, para a sua plena realização na participação e desempenho sociais e na aprendizagem ao longo da vida. (MEC, 2013)

Nesta área disciplinar foi lecionado o tema Organização e Tratamento de Dados, que se estendeu por oito aulas de noventa minutos, que incluíram a realização de uma ficha de avaliação.

Esta disciplina é uma das que mais gosto de lecionar, sendo que me agrada bastante a realização de problemas com os alunos e a exploração de diferentes formas de resolução, assim como o facto de trabalhar a comunicação matemática através da explicação das suas resoluções e raciocínios. De modo a evitar as tarefas mais rotineiras e mecânicas, houve a preocupação de apresentar tarefas diferentes e desafiadoras, para as quais era possível chegar à resposta de diferentes modos, pelo que, em algumas situações, foram criadas novas tarefas pela investigadora.

Será apresentada a aula em que foram trabalhados os conteúdos da moda e da média aritmética (Anexo em CD). O primeiro a ser trabalhado foi a moda, por ser considerado mais fácil de compreender. O conteúdo foi introduzido através de uma história que utilizava uma representação conhecida dos alunos, o diagrama de caule-e-folhas. Neste estavam representadas as classificações obtidas numa ficha de avaliação por alunos de uma turma, sendo feita uma breve análise do diagrama e, no final, colocada a questão “Qual o valor que os alunos obtiveram com maior frequência?”. Partindo desta ideia foi introduzido o conceito de moda, que foi bem compreendido pelos alunos, uma vez que já tinha sido explorado antes de lhe dar uma designação e alguns já o conheciam do ano anterior. Posto isto, foi apresentado um gráfico de barras, construído pelos alunos e realizado com os dados sobre estes, que apresentava a cor dos olhos dos alunos do 5º C. Pretendia-se que os alunos indicassem qual era a moda,

para assim perceberem que esta pode ser indicada quer para dados quantitativos quer para dados qualitativos, momento que foi aproveitado para relembrar esta diferença.

Terminada a abordagem ao conceito de moda, foi introduzido o seguinte conteúdo: *a média aritmética*. Este não foi apresentado aos alunos diretamente, optando por apresentar, também, uma história que retratava uma situação na qual três irmãos encontraram quantidades diferentes de dinheiro nos casacos do tio e, para ser justo, este disse-lhes que todos deveriam ter a mesma quantidade de dinheiro. No final foi colocada a questão “Como podem os sobrinhos resolver este problema?”. O objetivo seria que os alunos optassem por diferentes resoluções para encontrarem a solução, tais como a aritmética, icónica, sob a forma de esquema entre outros. A forma mais utilizada foi a aritmética, sendo poucos os que apresentaram a resolução através de esquema e nenhum aluno utilizou o pictograma para resolver a questão.

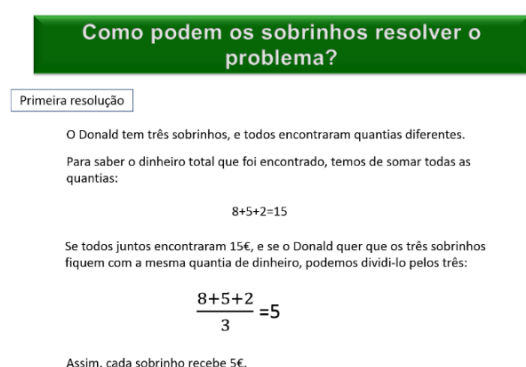


Figura 4: Proposta de resolução.

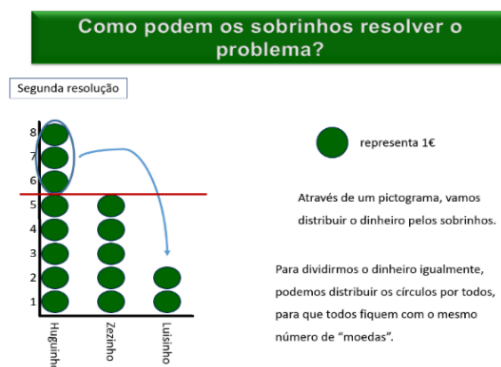


Figura 5: Proposta de resolução.

Depois de exploradas as resoluções dos alunos e o pictograma foi colocada a seguinte questão: “Concordas que cada sobrinho ficou com a “média” do dinheiro encontrado?”. A questão ajudou a introduzir o conceito de média. Os alunos concordaram com a afirmação e indicaram diferentes justificações que estavam muito próximas do que era esperado e próximas do conceito de média, como “ficaram com partes iguais” ou “o dinheiro todo foi dividido pelos três de forma igual”.

A segunda parte da aula foi dedicada à resolução de diferentes tarefas, sendo a que mais entusiasmou os alunos uma em que, na presença de um gráfico de barras que apresentava a classificação final, de 1 a 5, na disciplina de matemática, era solicitado que encontrassem a média das classificações. Para a resolução desta tarefa foi necessário despendar mais tempo, por forma a que os alunos compreendessem o

processo do cálculo da média a partir do gráfico de barras, no entanto, e depois de algumas explicações, foram capazes de compreender.

Para terminar a aula, foi apresentado o gráfico da cor dos olhos dos alunos do 5º C e foi pedido que calculassem a média, sendo que apenas um aluno referiu que não era possível, uma vez que “a média tem de ser um número, e aqui estamos a ver variáveis que não são números”. A intervenção do aluno foi aproveitada para explicar que a média não pode ser calculada quando estamos na presença de dados qualitativos, que era o que se pretendia com esta atividade.

No decurso de todas as aulas os alunos mostraram-se motivados e participativos e, em consequência desta atitude da turma, geraram-se saudáveis e enriquecedores momentos de discussão quer para os alunos quer para a professora.

## **6. O desafio para a investigação**

A presente investigação foi desenvolvida na área disciplinar de Matemática, sendo esta a primeira escolha da investigadora, aquando da atribuição das áreas pelos alunos que iriam iniciar a PES II.

A escolha da área teve como base duas grandes razões: primeiro, o facto de ser uma área de particular agrado da investigadora e pela qual tem particular prazer em lecionar, depois por se tratar de um desafio, o de conseguir que, com a utilização de recursos diferentes dos habituais assim como com a aposta em novas metodologias em alternativa às habituais, os alunos ganhassem novo gosto pela disciplina.

Uma vez que o tema matemático lecionado foi OTD, e devido ao tempo que foi disponibilizado, optou-se por realizar um estudo nesta área. Inicialmente, pretendia-se trabalhar a formulação de problemas de OTD. No entanto, durante o processo de planeamento, foi possível perceber que seria necessário mais tempo, uma vez que teria de lecionar os conteúdos programáticos e apresentar diferentes tarefas para que os alunos tivessem a oportunidade de contactar com um modelo que deveriam seguir. Visto que no cronograma fornecido pelo POC estavam planeadas oito aulas, e uma delas era dedicada à realização da ficha de avaliação, percebeu-se que era pouco tempo e as condições para desenvolver o estudo não eram as mais adequadas. Acrescentando o facto de, a partir da análise de um questionário aplicado aos alunos antes da regência,



perceber que, por frequentarem diferentes escolas do 1º Ciclo, nem todos os alunos trabalharam os mesmos conteúdos com a mesma profundidade.

Uma vez que também havia o interesse em estudar o modo como os alunos pensam e expõem as suas ideias e dificuldades, optou-se por estudar outro tema, sendo que o POC concordou que este estudo seria mais adequado às condições que tinha e podia aplicar tarefas da investigação durante as aulas e realizar entrevistas à medida que iam sendo lecionandos os conteúdos, optando, assim, por estudar as dificuldades dos alunos na realização de tarefas de OTD.



## Parte II – A Investigação

A segunda parte deste relatório é dedicada à apresentação da investigação desenvolvida durante a Prática de Ensino Supervisionada II, que decorreu numa turma do 5º ano de escolaridade.



## Capítulo I – O Problema

Neste capítulo será apresentado o tema escolhido para o estudo e justificada a sua pertinência, abordando a importância da estatística na sociedade de hoje e a necessidade de realizar estudos nesta área, investigando as principais dificuldades manifestadas pelos estudantes. Será ainda apresentado o problema de investigação, acompanhado das questões orientadoras do estudo.

### 1. Pertinência do estudo

Nos dias de hoje a estatística está muito presente na nossa vida, e, no dia-a-dia, somos apresentados com dados nas mais variadas vias e formas: quando abrimos o jornal, quando vemos o telejornal, quando navegamos na internet ou utilizamos qualquer outro meio de comunicação, ou quando queremos ver os resultados de um recenseamento, o conceito estatístico está sempre presente. Deste modo, é muito importante que qualquer cidadão tenha conhecimentos estatísticos que lhe permitam ler e interpretar a informação que diariamente é divulgada. Face à consciência da importância crescente da estatística ao longo dos tempos, esta ciência foi alvo de um grande desenvolvimento, sendo introduzida nos currículos da formação académica de muitos países, desde os primeiros anos de escolaridade (NCTM, 2007; Batanero & Godino, 2004). Esta é uma política com todo o fundamento, atendendo a que hoje é unanimemente aceite que todos os indivíduos precisam de ter algum conhecimento estatístico, para que deste modo sejam capazes de funcionar em sociedade, apresentando uma atitude crítica face à informação disponível, sendo capazes de tomar decisões mais fundamentadas (Brocado & Mendes, 2001). Nesta conformidade, é importante desenvolver nos alunos, desde a entrada no ensino básico, um raciocínio estatístico, para que consigam familiarizar-se com a estatística e interpretar os dados com que diariamente vão ser confrontados ao longo da sua vida. No entanto, em Portugal, este tema só foi introduzido nos programas escolares de matemática na década de setenta, sendo que este era exclusivo ao ensino secundário. Mais tarde, como consequência da reforma do sistema educativo, o tema foi introduzido no 2º e 3º Ciclos do Ensino Básico, no início dos anos noventa. Em 2007 foi, por fim, introduzido no 1º Ciclo do Ensino Básico, passando assim a ser valorizada em todos os níveis de ensino.

Atualmente, a estatística, no ensino básico, é desenvolvida no tema matemático Organização e Tratamento de Dados (Fernandes, 2009).

Apesar de ser inequívoca a importância deste tema, evidenciada em vários documentos curriculares, não existem muitos estudos neste âmbito, sendo o número de investigações menor ainda quando nos referimos às dificuldades sentidas pelos alunos nos primeiros anos de escolaridade, sendo mais comum encontrar estudos realizados no 3º Ciclo do Ensino Básico, no ensino secundário e ensino superior. Esta carência deve-se, em parte, ao facto de este ser um tema relativamente recente nos currículos de matemática nas escolas do ensino básico (Cruz & Henriques, 2012; Batanero & Godino, 2004; Fernandes & Viseu, 2009). Por outro lado, por ser considerado um tema em relação ao qual não existem grandes dificuldades no seu ensino e aprendizagem. Em relação a este aspeto Gal (2002) refere a importância desta área assim como a forma negligente como é, muitas vezes, assumida nas escolas, por ser considerada por muitos professores um tema fácil para os alunos aprenderem. Esta interpretação não é correta, e contraria o que demonstram os resultados de alguns estudos, que afirmam que os alunos sentem diversas dificuldades nesta área (por exemplo: Fernandes, Morais & Locaz, 2011; Freitas, 2012).

O estudo e conhecimento das dificuldades sentidas pelos alunos relativamente à estatística é bastante importante para o seu progresso escolar, pelo que os professores devem preocupar-se com este tema, por forma a melhor compreender o raciocínio dos alunos e adotar estratégias adequadas que permitam ultrapassar essas dificuldades e melhorar o seu desempenho (Boaventura & Fernandes, 2004, citado em Barros, Martins & Pires, 2009). Lopes e Moura (2000, citados em Fernandes, Sousa & Ribeiro, 2004) acrescentam que a investigação sobre os erros e as dificuldades dos alunos possibilitam ao professor refletir sobre a estatística e os métodos e recursos utilizados no ensino, para deste modo melhorar práticas e alterar aquelas que não beneficiam os alunos.

Tendo em consideração os pressupostos acabados de referir, logo que atribuído o tema que era necessário trabalhar, e as preferências da professora e investigadora, aliado ao facto de não existir muita informação ou material que possa ajudar os professores a melhorarem as suas aulas, pareceu pertinente realizar um estudo que abordasse estas questões e ajudasse os alunos a progredir.

## **2. Problema e questões de investigação**

Em conformidade com o que acabou de se expor, pareceu adequado desenvolver um estudo que procura compreender o desempenho dos alunos na realização de tarefas de OTD, identificando os erros e as dificuldades mais comuns sentidas e identificadas na execução das diversas tarefas realizadas.

Deste modo, para este estudo foram delineadas três questões orientadoras principais: (a) *Como se caracteriza o desempenho dos alunos na realização de tarefas de OTD?* (b) *Quais as maiores dificuldades identificadas e sentidas na resolução de tarefas de OTD?* (c) *Em que conceitos estatísticos é que os alunos apresentam mais dificuldades?*





## Capítulo II – Revisão da Literatura

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica deste estudo, focando alguns temas significativos. O primeiro tema apresentado relaciona-se com a evolução do ensino da Matemática, abrangendo os seus objetivos e finalidades, apontados nas orientações curriculares e nas normas para o ensino da matemática do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). São também apresentadas outras temáticas consideradas importantes para o estudo, tais como as tarefas, o ensino e a aprendizagem, o raciocínio estatístico, a literacia estatística, as dificuldades dos alunos na realização de tarefas e alguns estudos empíricos realizados neste âmbito.

### 1. Orientações Curriculares para o Ensino da Matemática

No ano letivo no qual foi desenvolvida esta investigação (2013/2014), foi introduzido nas escolas o novo Programa de Matemática do Ensino Básico de 2013 (PMEB-2013), sendo que no ano letivo supra referido a introdução do novo programa foi implementado nos anos ímpares, ou seja, 1º, 3º, 5º, 7º e 9º anos de escolaridade e no ano letivo seguinte, 2014/2015, foi introduzido nos anos em falta. Neste pressuposto, e uma vez que este estudo foi realizado numa turma do 5º ano de escolaridade do ensino básico, foram tidas em consideração as indicações do novo programa, não obstante, serão feitas referências, e comparações, com o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 (PMEB-2007).

No que respeita a *estruturação* do antigo programa, este inicia-se com a apresentação das finalidades do ensino da matemática, indicando o que se deve desenvolver e promover nos alunos, por forma a facilitar-lhes fazer o uso da matemática não só no seu percurso escolar mas também ao longo da vida. Seguidamente, apresenta os objetivos gerais do ensino da matemática, indissociáveis dos do ensino, na sua globalidade, e identifica nove objetivos que devem ser tidos em conta no ensino da matemática, nos três ciclos de ensino do ensino básico.

Relativamente ao programa que se encontra em vigor no 5º ano de escolaridade, também são apresentadas as finalidades do ensino na matemática, sendo que neste programa são apresentadas três: “ (1) a estruturação do pensamento; (2) a análise do

mundo natural; (3) a interpretação da sociedade” (MEC, 2013, p. 2). Contrariamente ao que acontecia no PMEB-2007, no novo programa os objetivos delineados para atingir as finalidades do ensino não são transversais aos três ciclos de ensino, sendo apresentado uma série de objetivos para cada um. Para o 2º Ciclo do Ensino Básico são apresentados quatro objetivos: “(1) Identificar/designar: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, sabendo definir o conceito apresentado como se indica ou de maneira equivalente, ainda que informal. (2) Estender: O aluno deve definir o conceito como se indica ou de forma equivalente, ainda que informal, reconhecendo que se trata de uma generalização. (3) Reconhecer: O aluno deve conhecer o resultado e saber justificá-lo, eventualmente de modo informal ou recorrendo a casos particulares. No caso das propriedades mais complexas, deve apenas saber justificar isoladamente os diversos passos utilizados pelo professor para as deduzir, bem como saber ilustrá-las utilizando exemplos concretos. No caso das propriedades mais simples, poderá ser chamado a apresentar de forma autónoma uma justificação geral um pouco mais precisa. (4) Saber: O aluno deve conhecer o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.” (MEC, 2013, p. 3).

O PMEB-2007 apresenta-nos os temas matemáticos e as capacidades transversais, sendo estas últimas a *resolução de problemas*, a *comunicação matemática* e o *raciocínio matemático*, que são apresentadas como um conteúdo que deve ser trabalhado sistematicamente nas aulas e assumem relevância em todos os ciclos do Ensino Básico. A resolução de problemas é vista no programa como fundamental e todos os alunos devem ser capazes de lidar com problemas matemáticos. Com esta espera-se que sejam capazes de “resolver e de formular problemas, e de analisar diferentes estratégias e efeitos de alterações no enunciado de um problema” (ME, 2007, p. 8).

No PMEB-2013 não são apontadas as capacidades como tópicos a trabalhar, mas sim como competência a desenvolver. Quanto ao raciocínio matemático, é apresentado como sendo um raciocínio hipotético-dedutivo, no entanto “o raciocínio indutivo desempenha também um papel fundamental, uma vez que preside, em Matemática, à formulação de conjecturas” (MEC, 2013, p. 4). Espera-se que os alunos, após analisarem determinada situação, sejam capazes de realizar conjecturas. No que respeita a comunicação matemática, é importante trabalhar com os alunos a capacidade de compreenderem os enunciados e de explicarem, de forma clara, concisa e coerente

como desenvolveram a resolução da tarefa, assim como a sua discussão. Deve desenvolver-se nos alunos a capacidade de comunicar não só oralmente, mas também por escrito, incitando os alunos a redigir as suas conclusões e o seu raciocínio de forma correta, empregando os termos matemáticos adequados. A resolução de problemas deve, além da mobilização dos conhecimentos, aplicação de regras e procedimentos, a revisão de estratégias e a interpretação dos resultados, envolver a leitura e a interpretação dos enunciados. É importante que não se confunda a resolução de problemas com “atividades vagas de exploração e de descoberta que, podendo constituir estratégias de motivação, não se revelam adequadas à concretização efetiva de uma finalidade tão exigente” (MEC, 2013, p. 5).

Neste programa são apresentadas duas novas capacidades: *o conhecimento de factos e de procedimentos*. A primeira diz-nos que os alunos devem dominar as técnicas padrão da matemática, como os algoritmos e as regras de cálculo. “As rotinas e automatismos são essenciais ao trabalho matemático, uma vez que permitem libertar a memória de trabalho, por forma a que esta se possa dedicar, com maior exclusividade, a tarefas que exigem funções cognitivas superiores” (MEC, 2013, p. 4). É importante, ainda, perceber que a memorização não deve ocupar o lugar da compreensão, sendo que quer uma quer outra se complementam e reforçam mutuamente. Um exemplo apontado pelo programa é a memorização das tabuadas básicas, que ajudam os alunos a poupar recursos cognitivos que podem ser direcionados para executar tarefas mais complexas, sendo este um exemplo em que a memorização está ao serviço da compreensão. A última capacidade apresentada – conhecimento de procedimentos – realça a necessidade de ver a matemática como um todo coerente, ou seja, perceber que os diferentes conteúdos se relacionam entre si.

Quanto aos conteúdos que devem ser lecionados, há uma grande diferença na sua organização e apresentação entre os programas de 2007 e 2013. No PMEB-2007, apresenta-se cada um dos grandes temas – Números e Operações, Geometria e Medida, Álgebra e Organização e Tratamento de Dados – sendo feito um agrupamento por anos, no qual são apresentados os tópicos a trabalhar nos dois anos escolares que constituem o 2º ciclo. Para cada um dos temas é feita uma introdução, que apresenta o propósito principal de ensino, os objetivos gerais de aprendizagem, as indicações metodológicas e, por fim, os tópicos de ensino e os objetivos específicos para cada tópico, sendo que

os tópicos são acompanhados de notas, que ajudam o professor a preparar as aulas e a atingir os objetivos pretendidos, propondo sugestões de metodologias.

No PMEB-2013, é feita uma introdução aos quatro temas e apresentados os conteúdos a lecionar para o 5º e para o 6º anos de escolaridade. Os objetivos a atingir com cada conteúdo surgem, neste programa, com o nome de metas de aprendizagem, que são criadas com o sentido de concretizar as intenções programáticas (MEC, 2013).

Além das orientações programáticas fornecidas pelo MEC (2013), o professor conta também com as normas para a educação matemática do NCTM (2007), que defendem que a estatística deve ser trabalhada de modo gradual ao longo dos anos, iniciando-se no ensino pré-escolar e aprofundando os conceitos no decorrer dos anos, para que, quando terminem a escolaridade obrigatória, os alunos tenham bases sólidas nesta área. É importante que, para cumprir este objetivo, os alunos trabalhem com os dados, que sejam capazes de formular questões que possam ser respondidas através destes, além de serem capazes de recolher, organizar e apresentar dados, selecionando os métodos estatísticos adequados, subjacentes a estes processos (NCTM, 2007).

Tal como nas normas do NCTM (2007), o ensino da estatística nas escolas portuguesas, que se regem pelas orientações curriculares programáticas, também é difundido desde os primeiros anos de escolaridade, promovendo nos alunos a compreensão de informação que é apresentada sob a forma de tabelas ou gráficos, ou informação que apresenta termos estatísticos, promovendo o trabalho com os dados (ME, 2007) o que vai ao encontro do que é alegado nas normas do NCTM.

## **2. O ensino e aprendizagem da Organização e Tratamento de Dados**

Nos dias de hoje a estatística revela-se um tema de especial importância na nossa sociedade, de duas formas bem distintas: pela sua aplicabilidade a diversos domínios do saber e a necessidade que os cidadãos têm de saber gerir a informação e tomar decisões mais conscientes. Uma vez que esta matéria está presente no currículo escolar, desde o 1º Ciclo do Ensino Básico até ao Ensino Secundário, cabe aos professores lecionarem a formação nesta área, por forma a que os alunos sejam capazes de lidar com a informação estatística, organizando-a e interpretando-a (Barros et al., 2009).

Aos alunos devem ser apresentadas situações em que possam recolher e organizar os seus próprios dados e apresentá-los em gráficos e tabelas.

No passado, o ensino da estatística centrava-se, essencialmente, na memorização de fórmulas fornecidas pelo professor, que os alunos tinham de aplicar em situações rotineiras. Hoje, o ensino da estatística está muito relacionado com a sua aplicabilidade ao mundo real, sendo importante proporcionar aos alunos a capacidade de interpretar dados que lhes são apresentados, de tomar decisões ou fazer previsões. A escola deve, assim, proporcionar a capacidade de recolher, organizar e interpretar os dados sendo a análise de dados um poderoso veículo para que se estabeleçam conexões com outras disciplinas do currículo e atividades do quotidiano (NCTM, 1991, citado em Brocado & Mendes, 2001).

Segundo Brocado e Mendes (2001) “o trabalho em torno da Estatística deve desenvolver as capacidades de comunicação, de raciocínio, de resolução de problemas e de estabelecer conexões, ou seja, contribuir para que os alunos se tornem matematicamente literados” (p. 36). Deste modo, o trabalho em sala de aula deve diligenciar o desenvolvimento destas capacidades, recorrendo a recursos que proporcionem aos alunos a sua aquisição.

Uma vez seguidas as orientações para o estudo da estatística, quando os alunos o terminam o estudo da estatística devem ser capazes de, segundo Gal e Garfield (1997, citados em Fernandes, 2009), duas grandes capacidades: (1) lidar com a incerteza, variabilidade e informação estatística no mundo à sua volta; e (2) interpretar dados de problemas que encontram na vida profissional.

Estes são aspetos que devem estar presentes nas práticas de sala de aula e que vão ao encontro das finalidades dos programas em relação à OTD, proporcionando aos alunos uma experiência de aprendizagem gratificante.

## **2.1 A Literacia estatística**

Para Branco e Martins (2002) a literacia, genericamente, consiste na “capacidade que o indivíduo tem para ler, escrever e falar na sua língua materna, efetuar cálculos e resolver problemas do dia-a-dia, de modo a cumprir as tarefas que lhe são exigidas tanto no emprego como na sociedade” (p. 9). Os mesmos autores referem que, quando

falamos em literacia matemática estamos a fazer referência à capacidade de identificar, compreender e ter uma opinião bem fundamentada acerca do papel da matemática na sociedade.

Gal (2002) entende que a literacia estatística consiste no conhecimento de conceitos e procedimentos estatísticos básicos, sendo importante desenvolver este conhecimento nos alunos, para se tornarem cidadãos capazes de interpretar e avaliar criticamente a grande quantidade de dados com que se deparam diariamente. Wallman (1993, citado por Gal, 2002) acrescenta que a literacia estatística é a capacidade que um indivíduo tem de avaliar, de forma crítica, os resultados estatísticos que lhe são apresentados no seu dia-a-dia, assumindo uma atitude crítica perante a informação estatística.

Para atingir esta literacia estatística Watson (1997, citado em Campos, Wodewotzki & Jacobini, 2001) identifica três estágios de desenvolvimento da literacia estatística: “(1) o do entendimento básico da terminologia estatística; (2) o do desenvolvimento da linguagem estatística e dos conceitos inseridos num contexto de discussão social; (3) o do desenvolvimento de atitudes de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados para contradizer alegações que são feitas sem fundamentação estatística apropriada” (p. 23).

Batanero e Godino (2004) defendem a importância de desenvolver a literacia estatística nos alunos, indicando três razões fundamentais para o ensino da estatística, começando por indicar que o seu estudo útil para a vida de todos os cidadãos, mesmo depois de terminarem os estudos, uma vez que há muitas profissões para as quais é necessário um conhecimento sobre o tema. Além da sua utilidade, é também importante para o desenvolvimento pessoal, fomentando um raciocínio crítico baseado na valorização de evidências, apoiada em dados. Por fim, fazem referência à importância do ensino deste tema nas restantes áreas do currículo, sendo que, com frequência, surgem gráficos com conceitos estatísticos nos manuais de ciências, história, geografia, entre outros.

O professor, antes de iniciar o ensino da estatística, deve refletir acerca dos propósitos do seu ensino, que, para Batanero e Godino (2004), são dois: é importante que os alunos compreendam e apreciem o papel da estatística na sociedade, incluindo os diferentes campos da sua aplicação. Os autores indicam ainda outro ponto, sobre o

qual os professores devem refletir, que está relacionado com a valorização do método estatístico, ou seja, o conjunto de questões às quais o uso inteligente da estatística pode responder, as formas básicas de raciocínio estatístico, as suas potencialidades e limitações.

## **2.2 A representação dos dados e o raciocínio estatístico**

Existem diferentes formas de representar os dados de um determinado conjunto e que são apresentadas aos alunos ao longo do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico: pictogramas, diagramas de caule-e-folhas, tabelas de frequências, gráficos de linhas, de pontos, de barras e circulares. No entanto, cada representação deve ser utilizada tendo em consideração a natureza dos dados que são apresentados (MEC, 2013).

Os gráficos são um recurso utilizado frequentemente pelos mais variados meios de comunicação, como os jornais, telejornais, revistas, entre outros, tornando-os indissociáveis das nossas vidas. Por esta razão, é natural que os alunos conheçam e sejam capazes de ler os dados representados em gráficos, antes de estes serem trabalhados na escola. No entanto, isto não significa que estes compreendam o que é um gráfico, qual o seu significado e importância na sociedade ou sejam capazes de interpretar criticamente os dados (Fernandes et al., 2011).

Para Crucio (1989, citado em Carvalho, 2009), os gráficos são um meio privilegiado para comunicar e classificar dados, uma vez que facilita a sua visualização e comparação. Além disso, facilitam demonstrações matemáticas que, caso se recorresse à forma numérica dos dados, seriam difíceis de compreender e comparar.

Martins, Loura e Mendes (2007) apontam como principal vantagem deste tipo de representação, em relação às tabelas de frequência ou a um conjunto de dados “desorganizados”, a rapidez com que é possível fazer a leitura dos dados e a comparação de diferentes amostras.

Devido à sua importância, quando se constrói um gráfico há quatro elementos que devem ser considerados: a dimensão visual do gráfico, a que se dá o nome de especificadores, e são utilizados para representar os valores dos dados, como é o caso das barras; outro elemento importante são as etiquetas que designam o nome que se

dá a cada um dos especificadores; o título do gráfico; e, por último, o fundo do gráfico (Friel, Curcio & Bright, 2001, citados em Fernandes et al., 2011).

No que respeita os níveis de compreensão de gráficos, Friel, Crucio e Bright (1997, citados em Monteiro & Ainley, 2003), indicam que existem três níveis diferentes, independentemente do tipo de gráficos com que se trabalha. O primeiro nível é *ler os dados*, sendo que neste nível os alunos se limitam a retirar a informação explícita que está no gráfico ou diagrama, faz-se uma leitura literal dos gráficos, não havendo qualquer interpretação e as tarefas apresentam um baixo nível cognitivo. O segundo nível denomina-se *ler entre os dados*, sendo que neste já começa a verificar-se a necessidade de interpretação dos dados e a forma como se integram no gráfico, sendo que para isso é necessária a habilidade de, simultaneamente, comparar quantidades e recorrer a outros conceitos que permitam identificar relações matemáticas. O último nível é *ler além dos dados*, que consiste na capacidade de explorar, realizar inferências ou prever um resultado, em função dos vários conhecimentos e não, apenas, com a informação apresentada no gráfico. Neste nível o aluno deve ser capaz de responder a perguntas implícitas e fazer inferências. Estes níveis acontecem num contínuo, sendo o último nível aquele que se deseja atingir.

No que diz respeito ao gráfico, ou diagrama, de caule-e-folhas, Martins e Ponte (2010), consideram que esta representação se encontra entre o gráfico e a tabela, pois apresenta todos os dados de uma amostra mas de uma forma organizada e sugestiva, permitindo, com facilidade, comparar duas amostras.

Um outro tipo de representação apresentando aos alunos, logo desde os primeiros anos de escolaridade, são as tabelas de frequências. Este tipo de representação é bastante intuitivo para os alunos, mesmo que sejam simples, apenas com duas colunas. É importante a escolha das variáveis e este processo é bastante prático para representar os dados.

Relativamente às tabelas, estas são consideradas bastante úteis para preservar dados e é muito útil para a identificação de padrões (Isaacs & Kelso, 1996).

Aliado às diferentes representações de dados e de competências estatísticas é essencial desenvolver o raciocínio estatístico, que é bastante importante para o cidadão. Este conceito é utilizado, maioritariamente, para nos referirmos ao raciocínio específico, necessário para reconhecer a viabilidade presente em múltiplos fenómenos e utilizar



métodos de análise, redução e controlo da mesma viabilidade, sendo capaz de tomar decisões e efetuar previsões (Pimenta, 2009).

No que respeita o raciocínio estatístico, numa diferente abordagem, Garfield e Gal (1999, citados em Campos et al., 2011), especificam outros tipos de raciocínio que os estudantes devem desenvolver ao longo do seu estudo nesta área, apresentando aqui apenas os que se ajustam ao ano de escolaridade no qual se desenvolve o estudo. O *raciocínio sobre os dados* diz respeito à capacidade de reconhecer e categorizar todos os tipos de dados, entendendo que cada tipo leva a uma representação específica. Quanto ao *raciocínio sobre representação de dados*, entende-se que o aluno deve ser capaz de compreender como deve ler e interpretar os gráficos e como cada tipo de gráfico é apropriado para representar um conjunto de dados. O *raciocínio sobre medidas estatísticas* implica entender que “as medidas de posição e variabilidade dizem a respeito do conjunto de dados, quais são as medidas mais apropriadas em cada caso e como elas representam esse conjunto” (p. 30). Além disso, implica também “usar as medidas de posição central e de variabilidade para comparar diferentes distribuições e entender que amostras grandes são melhores que as pequenas para fazer previsões” (p. 30). O último raciocínio enunciado implica que os alunos, além de saberem os conceitos, sejam capazes de os aplicar.

O professor deve ter em consideração estas capacidades, que devem ser desenvolvidas ao longo dos anos de escolaridade para que os alunos desenvolvam o raciocínio estatístico.

### **2.3 Medidas de posição central: a Moda e a Média**

A média é um conteúdo introduzido no 2º ciclo do ensino básico, relativamente ao qual os alunos apresentam algumas dificuldades. Constitui um dos principais conceitos estatísticos e tem diversas aplicações no nosso quotidiano, mas que pode ser mais complexo do que aquilo que se imagina (Batanero & Godino, 2004).

Leavy e Loughlin (2006, citado em Santos & Ponte, 2012) defendem que existem dois tipos diferentes de compreensão da média: *conceitual e procedimental/processual*. Na compreensão conceitual “a média pode ser vista como um ponto de equilíbrio ou centro de gravidade ou como valor de equilíbrio, onde os valores mais altos compensam

os valores mais baixo” (p. 473). Por outro lado, processualmente/procedimentalmente, a “média aritmética é o valor no qual a soma dos desvios em relação à média numa direção é igual à soma dos desvios na outra direção” (p. 473), ou seja, consiste na aplicação direta do algoritmo da média.

Para que os alunos compreendam o conceito da média é necessário que estes compreendam as suas propriedades. Segundo Strauss e Bichler (1988, citados em Magina, Cazola, Gitirana & Guimarães, 2010), algumas dessas propriedades são: (1) a média está localizada entre os valores extremos; (2) A média não tem de coincidir, necessariamente, com um dos valores dos dados; (3) a média pode ser um número que não tem correspondente na realidade, por exemplo, quando afirmamos que o número de filhos por casal é 2,3; (4) o cálculo da média é feito com todos os valores, incluindo os nulos e os negativos. Compreender estas propriedades é fundamental para que os alunos sejam bem-sucedidos no trabalho com a média.

No que respeita a outra medida de posição central, a moda, os alunos não apresentam muitas dificuldades e definem a moda como o valor ou categoria que se repete mais vezes, que tem uma maior frequência (Barros & Fernandes, 2001). Santos e Ponte (2012) apontam, no seu estudo, que a interpretação mais comum da moda é a maior parte da amostra.

### **3. As tarefas de Organização e Tratamento de Dados**

#### **3.1 As tarefas e a prática em sala de aula**

Uma das formas mais eficazes que o professor encontra de colocar em prática o programa de matemática é através das tarefas, sendo estas a base para a aprendizagem (Stein & Smith, 2009). Neste sentido, no decorrer da aula de matemática devem ser propostas diferentes tarefas, que têm duas dimensões fundamentais: o *grau de desafio matemático* e o *grau de estrutura*. A primeira dimensão está relacionada

com a perceção da dificuldade de uma questão e constitui uma dimensão desde há muito usada para graduar as questões que se propõem aos alunos, tanto na sala de aula como em momentos especiais de avaliação como testes e exames. Varia, naturalmente, entre os polos de desafio “reduzido” e “elevado” (Ponte, 2005, p. 7).

A segunda dimensão apresentada – grau de estrutura – começou a ser abordada recentemente, e pode variar entre os polos “aberto” e “fechado”. A tarefa fechada “é aquela onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido” (Ponte, 2005, pp. 7-8). No oposto, encontra-se a tarefa aberta que “comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas” (Ponte, 2005, p. 8). Este autor defende que, a partir destas dimensões, as tarefas de matemática podem ser de diferentes tipos, variando entre mais acessíveis ou mais desafiantes e mais abertas ou mais fechadas.

Deste modo, as tarefas podem ser classificadas como *problemas*, *exercícios*, *investigações*, *atividades de exploração* e *projetos*. No que respeita aos *problemas*, estes têm, desde sempre, um lugar privilegiado nas aulas de matemática, tanto hoje como no passado. São consideradas tarefas fechadas, mas com um elevado grau de desafio. Um problema deve conter sempre alguma dificuldade apreciável, havendo, contudo, necessidade de encontrar um equilíbrio, pois se for demasiado difícil o aluno pode desistir, por outro lado, se for demasiado acessível, torna-se num exercício. Pólya (1975, citado em Ponte, 2005) defende que o professor deve propor aos seus alunos problemas que desafiem as suas capacidades matemáticas, para deste modo experimentarem o gosto pela descoberta. Os *exercícios* são tarefas fechadas e com um grau de desafio reduzido. São formulados de modo a permitir ao aluno aplicar os conhecimentos que já adquiriu, sendo o seu principal propósito a consolidação de conhecimentos. Uma vez que a resolução de exercícios não é considerada uma atividade interessante para muitos alunos, o ensino da matemática não deve ser reduzido à realização destes, para não desmotivar os alunos. As *investigações* têm um papel importante na aula de matemática, e têm sido defendidos por muitos autores, como Mason (1996), Ernest (1996) e Goldenberg (1999), citado em Ponte (2005). Estas tarefas caracterizam-se por um grau de desafio elevado e de carácter aberto. Tal como acontece com os problemas, as *investigações* são importantes para desafiar os alunos a aplicar as suas capacidades matemática e a apreciarem o gosto pela descoberta, sendo que nas *investigações* há maior envolvimento da sua parte, havendo necessidade de estes serem bastante ativos. As tarefas de *exploração* são relativamente abertas e fáceis, ou seja, com um grau de desafio reduzido, sendo esta a característica que as distingue das *investigações*. Assim, se o aluno não necessitar de planeamento e iniciar logo a

atividade, estamos perante uma tarefa de exploração. Se, por outro lado, for necessário planeamento, trata-se de uma investigação.

Ponte (2005) acrescenta que as “linhas” que separam as tarefas de investigação e de exploração e os problemas dos exercícios são muito ténues, e, a mesma tarefa pode ser para alguns alunos um problema e para outros um exercício, dependendo dos conhecimentos que os alunos já têm.

Para Balachowski (1998, citado em Fernandes & Viseu, 2009), as tarefas de OTD devem privilegiar o pensamento estatístico, a interpretação e a capacidade crítica e de reflexão. O professor deve apresentar aos seus alunos tarefas que estejam ligadas à vida real, aos seus contextos, que tenham significado, promovendo a motivação e o interesse, evitando as atividades rotineiras que se centram na aplicação direta de fórmulas e procedimentos e não valorizam a interpretação (Batanero, 2000, citado em Fernandes & Viseu, 2009).

O resultado de algumas investigações permitiu ajudar os professores quanto à forma de ensinar estatística e ao objetivo das diferentes tarefas. É importante envolver os alunos no desenvolvimento de projetos simples, nos quais estes sejam responsáveis por recolher e analisar dados. As tarefas devem, também, encorajar a representação dos dados em gráficos e tabelas, despertando o cuidado estético ao mesmo tempo que estes aprendem conceitos matemáticos (Batanero & Godino, 2004).

Para Mendoza e Swift (1989) o professor deve propor atividades que envolvam quatro componentes: “(1) de análise e de pressupostos subjacentes aos dados estatísticos; (2) a exploração de regularidades “escondidas” nos dados; (3) o questionamento de relevância e do rigor das inferências; (4) a compreensão do papel do tamanho da amostra e dos métodos de amostragem.” (p. 36). Estes autores defendem que ensinar estes conceitos-chave é essencial para educar os alunos para o tratamento de situações estatísticas.

De modo a enriquecer a prática pedagógica devem ser valorizados os trabalhos de grupo, a realização de projetos e atividades exploratórias, incutindo o gosto pela resolução de problemas, evitando, assim, propor apenas exercícios nos quais se pretende que os alunos apliquem algoritmos (Machado, 2000, citado em Fernandes, Carvalho & Ribeiro, 2007).

As tarefas que o professor propõe aos alunos devem ser diferentes daquelas a que estes estão habituados, devem enfatizar o raciocínio e o pensamento estatístico, obrigando-os a pensar e discutir os resultados, refletindo sobre eles, tornando-os mais críticos. Deste modo é possível compreender, com mais profundidade, as dificuldades que sentiram na realização das diferentes tarefas (Barros & Fernandes, 2001; Ribeiro & Fernandes, 2013). Carvalho (2009, citado em Ribeiro & Fernandes, 2013) defende que as tarefas de estatística devem deixar em aberto diferentes estratégias e possibilidades de resolução, ou seja, não devem ter indicações claras de como o aluno deve proceder.

É inegável a importância das tarefas na aula de matemática, sendo este um recurso que o professor deve privilegiar e escolher cuidadosamente. As tarefas, antes de representarem uma aprendizagem para os alunos, passam por três fases distintas. Inicialmente, há a forma como estas surgem no currículo ou nos materiais escolares, como por exemplo nos manuais escolares. Numa segunda etapa, surgem as tarefas como são apresentadas ou enunciadas pelos professores. A última etapa abarca a forma como as tarefas são, efetivamente, apresentadas aos alunos, por outras palavras, implementadas na sala de aula, a forma como os alunos as trabalham na sala de aula. As três etapas contempladas são importantes para a aprendizagem dos alunos e devem ser tidas em conta pelo professor (Smith & Stein, 2009).

Devido à sua importância, Smith, Hughes, Engle e Stein (2009) defendem que ao longo das tarefas o professor deve privilegiar momentos de partilha nos quais os alunos tenham a oportunidade de desenvolver a capacidade de argumentação e a linguagem própria para expressarem as suas ideias matemáticas. Neste sentido, estas autoras desenvolveram um modelo de discussão em sala de aula, com o intuito de auxiliar os professores no trabalho com tarefas desafiadoras. Este assenta em cinco práticas: (1) *antecipar as resoluções dos alunos em tarefas matemáticas desafiadoras*: esta prática consiste em antecipar as diferentes formas de resolver a tarefa, sendo essencial considerar as diferentes interpretações que podem ser realizadas, além das estratégias pelas quais os alunos podem optar, podendo ser corretas ou incorretas, e a forma como estas se podem relacionar com as ideias matemáticas que o professor pretende que os alunos adquiram; (2) *monitorizar o trabalho dos alunos e o seu envolvimento nas tarefas*: esta estratégia implica que o professor preste atenção ao raciocínio matemático dos alunos. Uma forma de fazer esta monitorização passa por circular pela sala de aula e o

questionamento, por parte do professor, para ajudar os alunos a clarificarem o seu raciocínio e envolver todos na atividade; (3) *selecionar determinados alunos para apresentarem o seu trabalho*: terminada a monitorização, o professor deve selecionar alguns alunos, escolhidos propositadamente, para partilharem a sua resolução com o resto da turma, de modo a apresentarem perspetivas novas aos colegas; (4) *sequenciar as resoluções dos alunos que serão apresentadas*: após a seleção das resoluções que irão ser apresentadas, o professor deve sequenciá-las, contribuindo para alcançar os objetivos matemáticos delineados para a aula; (5) *estabelecer conexões entre resoluções e ideias matemáticas*: finalmente, o professor ajuda os alunos a estabelecerem conexões entre as resoluções que foram apresentadas e as ideias matemáticas que pretende trabalhar na aula.

Apesar de seguir estas práticas, nunca é possível prever com toda a certeza o que os alunos irão fazer, no entanto, antecipar algumas resoluções ajuda o professor a estar melhor preparado e tornar a discussão em sala de aula de mais fácil gestão.

Em modo de conclusão, o professor deve proporcionar tarefas que enfatizem o raciocínio e o pensamento estatístico, não devem privilegiar, apenas, a aplicação direta de fórmulas ou a leitura direta de gráficos e diagramas e o professor tem o papel de incentivar sempre os alunos a explicarem como resolveram a tarefa, pois uma vez que estes explicam as suas ideias eles próprios evoluem na sua compreensão (Barros et al., 2009).

### 3.2 Dificuldades associadas à realização de tarefas de OTD

O cidadão comum, de um modo geral, mostra que tem conceções erróneas acerca da estatística, como refere Shaughnessy (1992, citado em Brocado & Mendes, 2001): (1) *qualquer diferença nas médias entre dois grupos é significativa*; (2) *não há variabilidade no mundo real*; (3) *as pessoas tendem a acreditar nos resultados de estudos baseados em pequenas amostras*; (4) *há pouco respeito por pequenas diferenças em grandes amostras*; (5) *as pessoas pensam que a dimensão adequada para uma amostra é independente da dimensão da população*. (p. 35). Muitas destas conceções são o resultado de um conhecimento superficial sobre o tema.

Alguns autores têm-se debruçado a estudar as dificuldades sentidas por alunos e professores em temáticas relacionadas com a estatística. Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007) indicam que as dificuldades dos alunos tendem a variar de acordo com as experiências educativas que lhes foram proporcionadas, tanto na escola como em casa.

Batanero e Godino (2004) indicam que os professores consideram que as tabelas e os gráficos são tópicos fáceis de serem aprendidos, pelo que não dedicam muito tempo para o trabalho destes conteúdos.

No que respeita aos gráficos, a sua construção implica a mobilização de vários conceitos e propriedades que podem variar de acordo com o gráfico que se pretende construir, tais como escalas, origem dos eixos, coordenadas, variáveis discretas e contínuas, dependentes e independentes e distribuição de frequências, que causam nos alunos algumas dificuldades, pois estes nem sempre têm os conhecimentos necessários (Espinel, González, Bruno & Pinto, 2009, citado em Fernandes et al., 2011).

Ao construírem e interpretarem gráficos, os alunos cometem alguns erros, que, por não serem aleatórios nem isolados, levam a concluir que há nestes regularidades. Na construção de gráficos, inúmeras vezes, os alunos não conseguem escolher o tipo de gráfico que melhor apresenta os dados com que estão a trabalhar, além de misturarem dados que não são comparáveis em gráficos. No que respeita as escalas, um dos erros mais comuns entre os alunos é a tendência para escolherem uma pouco adequada e omitirem as escalas em algum, ou ambos, os eixos. Relativamente aos eixos, geralmente os alunos não os dividem de forma correta, fazendo uma divisão não uniformemente, assim como não indicam a origem do referencial na construção de gráficos, que implica um referencial cartesiano. Outro erro, também comum, é a ausência de rótulos nos eixos e de um título para o gráfico (Batanero, Godino, Green, Holmes & Vallecillos, 1994; Batanero & Godino, 2004; Batanero, 2009, citado em Fernandes et al., 2011).

O estudo de Carvalho (2001, citado em Cruz & Henriques, 2012), realizado com alunos do 7º ano de escolaridade, demonstrou que estes sentiam dificuldades no que respeita a grandeza dos dados, assim como na definição de uma escala adequada para representar os mesmos. Morais (2011, citado em Cruz & Henriques, 2012), constatou, num estudo realizado com alunos do 9º ano de escolaridade, que a grande dificuldade estava relacionada com a falta de rigor na construção de gráficos, mais especificamente na falta de centralidade das barras nos valores dos eixos, na construção de barras

unidas, não dividiam as escalas de forma uniforme assim como a ausência de rótulos nos eixos, título no gráfico e a não indicação da origem dos eixos.

Nos diagramas de caule-e-folhas, a principal dificuldade sentida pelos alunos relaciona-se com a noção de número, nas situações em que o caule não possui dígitos ou lhe é atribuído o valor zero (Espinell et al., 2009, citado em Fernandes et al. 2011).

Contudo, são as medidas de posição central que causam nos alunos bastantes dificuldades. No que concerne à moda, o principal obstáculo consiste em identificar a moda quando se trabalha com variáveis qualitativas, indicando o valor das frequências em vez da variável ou variáveis, o que mostra que há a ideia de que a moda tem de ser um número (Boaventura & Fernandes, 2004, citado em Barros et al., 2009; Barros & Fernandes, 2001). Não obstante, este é o conteúdo no qual os alunos apresentam menos dificuldades e cometem menos erros (Ribeiro et al. 2013).

Relativamente à média, o resultado de diversos estudos mostram que neste conteúdo os alunos também sentem algumas dificuldades e cometem erros. Um deles está relacionado com a tendência que têm em situar a média no valor central da distribuição, o que nos leva a concluir que não têm interiorizado o conceito de média (Batanero et al. 1995). Além disso, há a conceção de que a média tem de coincidir com um dos valores dos dados, pelo que os alunos têm tendência a confundir a média com o valor máximo dos dados, o que denota que não compreendem que a média tem de tomar um valor entre os extremos (Strauss & Bichler, 1988, citado em Magina et al. 2010).

No estudo de Barros et al. (2009), os alunos mostram que conhecem o algoritmo da média e são capazes de o aplicar de uma forma mecânica, desprovida de significado. Mostram, ainda, que não reconhecem a impossibilidade de calcular a média para dados qualitativos, manipulando as frequências das variáveis para a calcular.

Watson (1996, citado em Magina et al., 2010) refere que uma dificuldade comum é a interpretação da média quando esta não é um número inteiro, ou seja, quando é número decimal. Uma outra dificuldade apresentada pelos autores revela que os alunos sentem dificuldades quando, em situações de problemas, lhes é pedido que calculem a média ponderada e eles calculam a média simples.

Um erro apontado por Barros e Fernandes (2001), no estudo a futuros professores, é o facto de alguns destes não reconhecerem que a média se vai alterar se



adicionarmos o valor zero, ou seja, consideram que o zero é o elemento neutro. Cai (1995, citado por Barros & Fernandes, 2001), no seu estudo com alunos do 6º ano, verificou que apenas metade dos alunos foi capaz de identificar um valor desconhecido num pequeno conjunto de dados, partindo da média.

Para Ribeiro e Fernandes (2013), os alunos são bem-sucedidos quando aplicam o algoritmo da média, surgindo alguns problemas quando a resposta exige um raciocínio para além do cálculo aritmético simples, o que mostra que a compreensão do algoritmo não implica, necessariamente, a compreensão real do conceito.

Almeida (2002) e Carvalho e César (2001, citados em Fernandes & Ribeiro, 2013) defendem que não é no cálculo que surgem as maiores dificuldades, uma vez que os alunos conseguem aplicar o algoritmo. O problema surge quando são apresentadas tarefas mais abstratas, nas quais têm de mobilizar os conhecimentos, quando lhes é pedido que interpretem um resultado após a aplicação do algoritmo ou lhes é pedido um conhecimento relacional (“atualizar” o conhecimento que já adquiriram para outras situações) em vez de um conhecimento instrumental (consiste na repetição rotineira de regras e algoritmos). Estes autores justificam estas dificuldades com a deficiente compreensão dos conceitos, devido a um ensino superficial e desadequado, que apresenta tarefas que desenvolvem apenas a capacidade técnica e não a capacidade de entender o significado dessas técnicas.

Carvalho (2001, citado em Cruz & Henriques, 2012), acrescenta que muitos destes erros surgem devido ao pouco empenho dos professores nesta matéria, uma vez que a consideram fácil e para a qual os alunos estão bastante motivados e não apresentam muitas dificuldades. No entanto, o resultado de alguns estudos mostram que isto não se verifica. Estas conceções sobre a facilidade do tema decorrem, muitas vezes, do tipo de tarefa que são propostas aos alunos, sobretudo se são tarefas muito rotineiras e que envolvem um conhecimento processual. Deste modo, é importante a seleção de tarefas atendendo à sua natureza e aos objetivos programáticos. Esta ideia vai ao encontro da que é defendida por Garfield e Ahlgren (1988), afirmando que apesar da pouca importância dada ao tema, é possível perceber que os conceitos são mais complexos do que o que se julga e que aqueles que os professores consideram simples podem revelar-se incompreensíveis para os alunos, transformando-se numa barreira à aprendizagem.

#### 4. Estudos empíricos

Em relação aos estudos empíricos é importante referir que, em Portugal, não existem muitos estudos realizados no âmbito da OTD nos primeiros anos de escolaridade, havendo alguns estudos realizados apenas a partir do 3º Ciclo do Ensino Básico. Contudo, foi feita uma pesquisa com o objetivo de sustentar as conclusões deste estudo, além dos autores e tema supracitados, considerou-se importante analisar três estudos empíricos no âmbito da OTD, todos eles realizados em turmas do 5º ano de escolaridade. Para o efeito serão apresentadas as conclusões a que se chegou nos estudos de Vieira (2013), Sousa (2013) e Silva (2014), realizados no âmbito de mestrado de habilitação à docência.

Vieira (2013) realizou uma investigação qualitativa com *design* de estudo de caso, cujo objetivo principal era compreender o desempenho dos alunos e a sua relação com a OTD, particularmente ao nível da construção e leitura de gráficos, de modo a identificar as dificuldades dos alunos e procurar relações que pudessem existir entre essas dificuldades e a comunicação matemática. No que respeita ao tópico referente às tabelas de frequências, a autora afirma que os alunos não revelaram dificuldades na construção de tabelas, sendo que os conceitos de frequência absoluta e relativa estavam bem assimilados. Relativamente aos gráficos, a investigadora concluiu que os alunos apresentaram um bom desempenho nas tarefas que envolviam a sua construção. Concluiu, assim, que os alunos-caso não mostraram dificuldades na centralização das barras e na divisão das escalas, sendo que neste último aspeto os alunos justificavam sempre as suas respostas. Apesar de não apresentarem dificuldades, é referido que, mais do que uma vez, foi possível verificar que não era colocado título no gráfico. Em relação ao último aspeto analisado, a comunicação, a investigadora apercebe-se que os alunos têm dificuldades ao nível da linguagem matemática, que se repercute quando se lhes pede que expliquem como procederam na realização de tarefas.

O estudo de Sousa (2013) tinha como principal objetivo descrever e compreender o desempenho dos alunos no tema de OTD, averiguando as suas dificuldades, em particular ao nível da comunicação verbal e escrita. Esta investigação seguiu, também, o paradigma qualitativo, com recurso ao *design* de estudo de caso. Nas suas conclusões a investigadora defende que os alunos-caso foram capazes de realizar,

com sucesso, as tarefas que envolviam gráficos, apesar de falharem na legenda dos seus eixos e na atribuição de títulos adequados aos mesmos, para além de não terem em linha de conta algumas regras básicas na construção de gráficos, tais como o espaçamento e largura das barras. A investigadora partilha estas conclusões e acrescenta, ainda, que na sua experiência letiva, os alunos com que trabalhou, indicaram que a sua preferência era a construção de gráficos em detrimento da sua interpretação. No que respeita as medidas de posição central, indica que os casos que estudou são representativos do desempenho de toda a turma, sendo que na moda não se sentiram dificuldades, apesar de alguns alunos apresentarem o valor de frequência absoluta como moda, ao invés da variável. Analogamente, na média, indica que a fórmula foi memorizada, mas não compreenderam a aplicação do conceito na vida real.

O último estudo analisado, Silva (2014) procura compreender como se pode caracterizar o desempenho dos alunos na realização de tarefas que envolvem os conceitos de média e de moda e caracterizar o seu desempenho e raciocínio na realização das diferentes tarefas. Para chegar às suas conclusões, a investigadora seguiu, também, o paradigma de investigação qualitativa, no âmbito de uma turma do 5º ano de escolaridade. No que respeita as tabelas de frequência, uma dificuldade sentida pelos alunos estava relacionada com os arredondamentos, no entanto, não a considera de muita relevância para o estudo. Refere, ainda, que, apesar de os alunos estarem ao corrente e alertados para os cuidados a ter em conta aquando da construção de um gráfico, nem sempre os tinham em consideração quando se confrontavam com situações concretas. No seu estudo defende que os erros mais frequentes, cometidos pelos alunos, estão relacionados com a exclusão de legendas nos eixos e a não colocação de um título adequado para os gráficos. A autora acrescenta que os alunos revelam pouco cuidado em espaçar, de forma igual, as barras de um gráfico e de identificar a origem do referencial. Ainda no que se refere aos gráfico de barras a investigadora constatou, também, a falta de cuidado demonstrada pelos alunos, não utilizando régua e/ou cores na sua construção. No que se refere às medidas de tendência central, moda e média, conclui que os alunos não apresentam dificuldades nas tarefas que apenas envolviam a aplicação direta do conceito e do algoritmo, contrariamente ao que se verificava quando lhes era pedido que interpretassem o conceito para chegar a uma solução. Relativamente à moda, a maior dificuldade sentida pelos alunos, residia na sua

identificação num conjunto de variáveis quantitativas discretas. Nestas circunstâncias, não raras vezes, os alunos atribuíam o valor da moda à frequência absoluta. Sobre a média, os alunos compreenderam bem o conceito e sabiam aplicar o algoritmo, não obstante, revelaram alguma dificuldade em interpretar o seu valor, dificuldade esta que se deve ao facto de não compreenderem a sua utilidade. À dificuldade na interpretação do valor da média, por parte dos alunos, junta-se uma outra que é a sua interpretação sempre que o seu valor é decimal.

Nos três estudos são analisadas as dificuldades referentes aos gráficos e Sousa (2013) e Silva (2014) são unânimes quando concluem que os alunos não cumprem as regras definidas para a sua construção. Nas suas conclusões Vieira (2013) diverge das restantes ao indicar que, nos gráficos, o único erro residia na não colocação do título no gráfico. As investigadoras que analisaram as medidas de posição central, Silva (2014) e Sousa (2013), são concordantes nas suas conclusões, apontando que, em ambas as turmas, os alunos apresentaram as mesmas dificuldades e os mesmos erros.

## Capítulo III – Metodologia de Investigação

No presente capítulo descreve-se, e justifica-se, a opção metodológica adotada neste trabalho de investigação, abordando os dois paradigmas dominantes na área da educação e a finalidade e características do estudo de caso. Será também abordada a seleção dos participantes, assim como os procedimentos efetuados, métodos e instrumentos de recolha de dados, explicando a sua importância e a forma como foram aplicados. Por último, descreve-se como se procedeu à análise dos dados e que cuidados foram considerados para garantir a qualidade do estudo.

### 1. Investigar em Educação

#### 1.1 A Investigação Qualitativa em Educação

A investigação qualitativa surge como resposta às limitações da investigação do tipo quantitativo, dada a necessidade de ter sempre em consideração que o comportamento humano é influenciado por vários fatores, entre os quais o meio e o contexto em que está inserido.

Wiersma (1995, citado em Coutinho, 2014), refere que não tem sido fácil encontrar uma definição para esta investigação. No entanto, afirma que esta contempla dois níveis diferentes, que são importantes para a definir: o nível concetual e o nível metodológico. No que respeita ao *nível concetual*, o objetivo desta metodologia reside nas intensões e situações, ou seja, pretende-se descobrir significados nas ações individuais e nas interações sociais, partindo da perspetiva dos autores intervenientes no processo. A *nível metodológico*, esta investigação baseia-se no método indutivo, ou seja, as ações e interações têm um significado, um valor, inserido num determinado contexto, que não deve ser esquecido.

Denzin e Lincoln (1994, citados em Vale, 2004) dizem que definir investigação qualitativa não é uma tarefa fácil, contudo, avançam uma definição genérica, segundo a qual esta investigação é vista como um método multifacetado, uma vez que envolve uma abordagem interpretativa e naturalista do que se pretende estudar. Segundo este paradigma, a razão subjacente ao estudo, por parte dos investigadores, de

determinados assuntos no seu ambiente natural reside no facto de esta metodologia permitir, ou pelo menos facilitar, a interpretação de determinados fenómenos.

Assim, no paradigma qualitativo, o investigador assume um papel crucial, sendo ele o principal "instrumento" para a recolha de dados, competindo-lhe também a sua análise e elaboração de conclusões. O investigador terá ainda de ser possuidor de conhecimentos tão alargados quanto necessário por forma a compreender e ajudar a compreender toda e qualquer situação no âmbito da investigação que lhe permita explicar e justificar como é que os participantes explicam e como agem nos seus ambientes naturais.

A investigação qualitativa em educação tem motivado o trabalho de vários investigadores sob variadas vertentes. No que reporta às suas características, Bogdan e Biklen (1994) defendem a existência de cinco características distintas: *(1) Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.* Isto significa que o investigador deve frequentar o local e preocupar-se com o contexto, uma vez que as ações dos sujeitos são melhor compreendidas se forem observadas no seu ambiente natural, assim como também acreditam e defendem que os dados recolhidos são sempre influenciados pelo contexto em que ocorrem. *(2) A investigação qualitativa é descritiva.* Neste paradigma, os dados são recolhidos sob a forma de palavras ou imagens e não sob a forma de números como é o caso da investigação do tipo quantitativo. A descrição dos resultados deve contar com transcrições feitas com base nos dados que foram recolhidos (entrevistas, notas de campo, os registos áudio e vídeo, documentos escritos, entre outros) por forma a enriquecer a descrição e ilustrar os resultados obtidos. Nesta perspetiva, a palavra assume particular importância, por ser através dela que se vão dar a conhecer os resultados obtidos. *(3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.* Para os investigadores qualitativos, mais importante do que obter determinados resultados é compreender o processo, a forma de pensar dos participantes, os seus procedimentos e interações diárias. *(4) O investigador qualitativo tende a analisar os seus dados de forma indutiva.* Não se pretende, com este tipo de investigação, provar ou destruir teorias. A investigação qualitativa desenvolve-se “de baixo para cima, com base em muitas peças individuais de informação que são recolhidas e inter-relacionadas” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 50).

Pode concluir-se que só depois da recolha dos dados para estudo e do contacto, durante tempo suficiente com os participantes, é que se começa a vislumbrar que caminho se deve seguir para se obterem resultados. Em suma, “estamos a construir um quadro que vai ganhando forma à medida que se recolhem e examinam as partes” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 50). (5) *O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.* Da análise que se tem vindo a fazer verifica-se o elevado interesse manifestado pelos investigadores qualitativos em compreenderem, na plenitude, os participantes do seu universo de estudo nomeadamente, perceberem o que pensam e como pensam, por forma a efetuarem registos, da forma mais rigorosa possível. Para o conseguirem, os investigadores estão “constantemente a questionar os sujeitos com o objetivo de perceber aquilo que eles experimentam, o modo como eles interpretam as suas experiências e o modo como eles próprios estruturam o mundo social em que vivem” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 51).

A investigação qualitativa, segundo Morse (1994, citado em Vale, 2004), passa por seis estádios distintos, que se relacionam entre si. (1) *Estádio de reflexão.* Constitui o estágio inicial e nele a investigadora tentou identificar o problema a estudar, sendo feita a primeira tentativa de escolha do tema. (2) *Estádio de planeamento.* Envolveu a seleção do local da investigação no qual seria desenvolvido o estudo. Foi neste estágio que se preparou o trabalho a desenvolver assim como o delineamento das questões orientadoras para a investigação e o objetivo do estudo. (3) *Estádio de entrada.* É o período de adaptação, que a investigadora aproveitou para conhecer os alunos e o contexto, de modo a aprender o máximo possível sobre estes e as suas características. (4) *Estádio de produção e recolha de dados.* Este estágio consistiu num processo contínuo de recolha e análise dos dados por parte da investigadora. Foi durante este estágio que decorreu a intervenção didática em OTD. (5) *Estádio de afastamento.* Este período foi aproveitado pela investigadora para refletir sobre o trabalho que desenvolveu ao longo dos estádios anteriores. O período de afastamento foi, também, imposto devido à paragem letiva, que obrigou a investigadora a afastar-se do contexto e refletir sobre o estudo. (6) *Estádio de escrita.* Corresponde à última fase do trabalho de investigação, é o resultado de todo o trabalho realizado, desde o momento em que foi idealizado, até à sua conclusão. É, porventura, a fase mais visível da investigação porque nela são expostos os resultados que foram obtidos e todos os procedimentos

envolvidos. Neste estágio do processo de investigação é crucial recorrer a uma revisão da literatura adequada e estudos empíricos, para fundamentar e ilustrar a interpretação dos seus dados.

Nesta conformidade, e tendo em consideração que um dos objetivos deste estudo é compreender como é que os alunos agem perante o fenómeno em estudo no seu ambiente natural, a opção por uma metodologia de investigação qualitativa parece ser a mais conveniente à realização deste trabalho.

## 1.2 Estudo de Caso

Todo e qualquer projeto de investigação carece, *à priori*, da definição e opção por uma metodologia e uma estratégia de investigação e esta dependem do objetivo principal da investigação. Atendendo a que na presente investigação se pretende conhecer uma realidade mais de forma mais aprofundada, optou-se por realizar uma investigação qualitativa com *design* de estudo de caso.

Um estudo de caso incide “numa entidade bem definida como um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa ou uma entidade social” (Ponte, 2006, p. 1) procurando, simultaneamente, compreender o seu funcionamento e a sua particularidade. A característica que melhor distingue esta abordagem, segundo Coutinho (2014), passa por investigar, de forma intensiva e detalhada uma entidade muito específica, que denominamos de caso, sendo recolhidos dados sobre este no seu ambiente natural.

Com esta metodologia, o caso é estudado no seu ambiente natural, facilitando, assim, uma melhor compreensão do desenrolar do fenómeno. Para tal, deve utilizar diferentes fontes de evidência, como as entrevistas, as observações, as notas de campo, entre outros (Vale, 2004). O estudo de caso é, assim, de natureza empírica, sustentado no trabalho de campo que é realizado diretamente no contexto ou na análise documental (Ponte, 2006).

Ponte (2006) acrescenta, ainda, que a investigação pelo recurso ao método de estudo de caso é utilizada quando o objetivo do estudo não reside na pretensão de se modificar a situação em apreciação mas antes compreender, naturalmente, a sua especificidade e o seu funcionamento, no intuito de melhorar determinados



comportamentos e atitudes, ajudar um organismo ou entidade a enveredar por novas estratégias ou, ainda, formular novas teorias.

Patton (2002) no seu contributo em prol do método do estudo de caso defende que este tipo de abordagem para um estudo qualitativo estabelece uma forma específica de recolher, organizar e analisar dados com o fim, último, de recolher informação compreensível, sistemática e profunda relativamente ao objeto de estudo que se pretende investigar.

## **2. Opções Metodológicas**

### **2.1 Escolha dos casos**

A escolha dos casos deve ser feita de forma criteriosa, com um propósito específico, considerando aquilo que, objetivamente, se quer estudar, por forma a extrair o máximo de informação acerca do objeto em estudo (Vale, 2004).

Para Morse (1994, citado em Vale, 2004), os casos, devem ter capacidade de reflexão, devem ser eloquentes, expressivos, ou seja, devem saber exprimir-se, explicar corretamente as suas ideias, devem, também, ter tempo disponível para as entrevistas e estarem dispostos a participar no estudo. Abrantes (1994, citado em Vale, 2004) acrescenta que os critérios de escolha dos casos deve ter em atenção outras particularidades, referindo, nomeadamente, que os casos devem ser extremos, corresponder à maior diversidade e serem particularmente interessantes.

Tendo por base todos os pressupostos acima referidos, resultantes das conclusões dos diversos investigadores que vêm sendo referenciados, são referidos os critérios utilizados para a escolha dos casos. O primeiro reporta à escolha dos alunos que deveriam ser “bons informantes”, ou seja, deveriam conseguir exprimir os seus problemas e dificuldades de forma clara. Escolhidos os alunos que correspondiam a este critério, foi necessário encontrar alunos de extremos, mas que fossem representativos da turma, ou seja, um bom aluno e outro que apresentasse mais dificuldades na área da matemática, uma vez que na turma existiam estes dois grupos. A justificação para esta opção da investigadora prende-se com o facto de esta achar interessante e oportuno entender e poder comparar a forma como os alunos com mais dificuldades na área da

matemática, e os que apresentam menos dificuldades, encaravam as diferentes tarefas que lhes iam sendo propostas.

É, ainda, importante referir que apesar de, apenas, se apresentarem dois casos, foram recolhidos dados de quatro alunos. Optou-se por recolher dados dos quatro alunos, para a eventualidade de algum ficar indisponível para participar no estudo e, em consequência, condicionar a sua realização. A razão que justifica a opção em se apresentarem apenas dois casos para estudo está relacionada com questões práticas, na medida em que a apresentação de mais casos não iria contribuir para uma maior compreensão do fenómeno, até porque o universo dos alunos da turma é em tudo idêntico aos dois casos apresentados. Assim, foram seleccionados dois alunos, aos quais foram atribuídos os nomes fictícios de Ana e Luís por forma a garantir confidencialidade e o anonimato.

## **2.2 Delineamento do estudo**

Como já foi referido, este estudo desenvolveu-se no 5º ano de escolaridade, ao longo da intervenção didática na qual se trabalhou o tema matemático OTD, onde se procurou compreender o desempenho dos alunos na realização de tarefas sobre este tema, mais direccionado para as dificuldades em todos os conteúdos de OTD. Assim, podemos considerar neste estudo três fases. Na primeira, decorrida ainda antes do período de regência, observou-se a turma na sua generalidade, com enfoque particular no comportamento dos alunos, nas suas atitudes, no seu relacionamento interpessoal e na sua postura. Na segunda fase, esta já em período de regência, podem distinguir-se dois momentos: o de planeamento do estudo e o de implementação. No momento de planeamento acordou-se a problemática a trabalhar e, depois de diálogos profícuos entre a investigadora e o POC, cujas recomendações foram sempre tidas em linha de conta, seleccionaram-se os alunos caso que, na opinião de ambos seriam os mais adequados para realizar com êxito do estudo que se pretendia levar a cabo. No momento de implementação, durante o qual se desenvolveu a regência na área disciplinar de matemática, foram aplicados questionários acerca da OTD, realizadas entrevistas semanais, durante as quais os alunos expunham as suas dificuldades relativas ao tema e relacionadas com as tarefas. Na última fase, na terceira, já terminado

o período de regência, foram analisados os dados recolhidos e redigido o presente relatório.

A fim de sistematizar as diferentes fases em que se dividiu o estudo, apresenta-se a evolução do mesmo, sob a forma de tabela.

Tabela 1: Procedimentos realizados ao longo do estudo

Ano letivo	Meses	Fases	Procedimentos
2013/2014	Fevereiro/Março	1ª fase	Observação da turma.
	Março/Abril	2ª fase	Definição da problemática a trabalhar. Escolha da metodologia de investigação. Seleção dos alunos caso. Seleção organização e formulação das tarefas. Pedido de autorização aos encarregados de educação. Recolha de referências bibliográficas.
	Maio/Junho		Intervenção didática, questionários e entrevistas. Recolha de dados.
	Junho/Novembro	3ª fase	Análise dos dados Escrita do relatório

### 3. Recolha de dados

A recolha de dados constitui uma fase delicada de todo e qualquer trabalho de investigação. Para Bogdan e Biklen (1994) “o termo dados refere-se ao material em bruto que os investigadores recolhem no mundo que andam a estudar” (p. 149) e acrescentam que os dados adquirem maior relevância sempre que são utilizados como provas dos resultados obtidos pelos investigadores e por servirem de fundamento na defesa das suas opiniões.

Vale (2004) defende que a recolha de dados é a chave de uma investigação, independentemente da metodologia adotada. No âmbito da investigação qualitativa esta autora considera que há três formas que devem ser privilegiadas na recolha de dados que são as observações, as entrevistas e os documentos escritos.

Na realização do presente projeto de investigação, para complementar a recolha de dados efetuada pelo recurso às observações, às entrevistas e aos documentos escritos, recorreu-se, também, aos questionários e gravações de áudio e vídeo.

### 3.1 Observações

Na investigação qualitativa, a observação constitui um dos mais importantes métodos de recolha de dados, permitindo ao investigador comparar o que o participante diz, ou não diz, com aquilo que efetivamente faz, além de que o investigador não exerce qualquer controle no que observa, ou seja, os participantes agem de forma natural, sem condicionamentos, no seu ambiente natural (Vale, 2004).

No decurso do presente trabalho de investigação, a investigadora desempenhou, simultaneamente, o papel de professora e de investigadora e fê-lo de forma interveniente e ativa, optando por uma observação participativa. Neste método o observador faz parte da situação que está a estudar e, como consequência, tem influência sobre ela e relaciona-se com os participantes. Assim, há alguns cuidados que deve ter em consideração, principalmente no que diz respeito ao tempo, dado que este duplo papel pode condicionar o registo eficaz e sistemático das situações a observar (Yin, 1989; Vale, 2004).

Deste modo, as observações deste estudo foram realizadas ao longo de toda a prática, sendo, numa primeira fase, uma observação não participante, na qual a investigadora não assumia o papel professora, mas observava o comportamento dos alunos e como estes interagem, mostrando uma atitude passiva. Ultrapassada esta fase, a investigadora evoluiu para uma observação participante, que lhe possibilitou um papel participativo, interventivo e ativo, focando a sua atenção em aspetos mais específicos, como é exemplo o desempenho na resolução de tarefas de OTD, que se pretendiam compreender com mais profundidade (Bogdan & Biklen, 1994).

### 3.2 Questionários

A propósito das diferentes metodologias utilizadas na recolha de dados, Vale (2004) defende que os questionários se assemelham às entrevistas, no entanto estas terem uma matriz oral, contrariamente aos questionários, cujo cariz é essencialmente escrito, e podem ser respondidos, por serem impressos, sem a presença do investigador. Os questionários são assim bastante utilizados em investigação por serem um método de fácil aplicação sendo que as respostas às questões formuladas são diretas e objetivas relativamente à informação que se pretende obter.

No presente trabalho de investigação foram elaborados dois questionários, em épocas distintas, e ambos aplicados a toda a turma. O primeiro questionário (Anexo 2) foi aplicado aos alunos da turma antes de iniciar a abordagem ao tema OTD, com o objetivo de avaliar quais os conhecimentos, referentes ao tema, que os alunos já tinham sido trabalhados no 1º Ciclo do Ensino Básico. Tendo em consideração que estava a trabalhar com um universo de alunos oriundos de diferentes escolas, entendeu-se ser de toda a pertinência e conveniência perceber se todos eles abordaram os mesmos conteúdos e perceber se já conheciam, ou não, este tema. Além disso, considerou-se também importante compreender a relação que estes alunos tinham com a disciplina de Matemática.

O segundo questionário (Anexo 3) foi aplicado aos alunos no final da última aula de matemática do presente ano letivo. Com ele pretendeu-se avaliar o modo como os alunos encararam o tema trabalhado e as tarefas que lhes foram propostas, indagando se foram aliciantes ou não, assim como aquelas em que se defrontaram com maiores ou menores dificuldades.

Ambos os questionários foram trabalhados fora da aula de matemática, mais concretamente em aulas de apoio, sempre com a supervisão da investigadora, para a eventualidade de haver necessidade de prestar quaisquer esclarecimentos sobre as questões formuladas ou dar-lhes outro apoio de que precisassem.

### **3.3 Entrevistas**

Este método é dos mais eficazes na recolha de dados, dado fornecer informações acerca do entrevistado que, por outras técnicas, não seriam possíveis de obter. Permite, ainda, ao investigador avaliar a posição do entrevistado em relação a algum tema ou assunto que se pretende estudar (Vale, 2004).

Segundo Morgan (1988, citado em Bogdan & Biklen, 1994), “uma entrevista consiste numa conversa intencional, geralmente entre duas pessoas, embora por vezes possa envolver mais pessoas, dirigida por uma das pessoas, com o objetivo de descobrir informações sobre a outra” (p. 134), para conseguir assim “captar”, através das palavras pronunciadas pelo entrevistado, a sua forma de pensamento.

A finalidade da entrevista, defendida por Vale (2004), reside na particularidade de o investigador obter informação importante que não conseguiria recolher de outro modo. Na investigação desenvolvida no presente trabalho, as entrevistas constituíram uma importante estratégia de recolha de dados e foram utilizadas em simultâneo com outras fontes de dados, tais como as observações e as notas campo, contribuindo para a triangulação dos dados.

As entrevistas podem divergir, de acordo com o tipo de estruturação. Por um lado há as entrevistas estruturadas que, segundo Vale (2004), seguem um guião previamente definido, não permitindo ao entrevistado “fugir” às questões que lhe são colocadas. Em oposição a estas, há as *entrevistas abertas*, que possibilitam ao entrevistado falar sobre uma área de interesse e explorá-la aprofundadamente. Neste tipo de entrevistas, o sujeito é fundamental na definição do conteúdo e na condução da entrevista (Bogdan e Biklen, 1994). Por fim, temos as entrevistas *semiestruturadas*, que não têm um carácter tão fechado como as estruturadas, nem tão aberto como as últimas que foram referenciadas. Nas entrevistas semiestruturadas há questões pré-definidas, não obstante a entrevista deve ser direccionada de acordo com o que o entrevistado vai dizendo, se necessário, formulando ou reformulando, no próprio momento da entrevista, questões que estavam pré-definidas, por forma a extrair mais e melhor informação, de forma perfeitamente natural (Vale, 2004).

Para o presente trabalho de investigação foram realizadas entrevistas semanais, num total de quatro entrevistas por grupo, sendo que cada grupo era formado por dois alunos, perfazendo um total de quatro alunos entrevistados. As entrevistas foram realizadas a pares, pois de acordo com Morgan (1988, citado em Bogdan & Biklen, 1994) em relação às entrevistas em grupo, os entrevistados sentem-se mais desinibidos para falarem sobre um determinado tema, criando assim desafios, estímulos e incentivos mútuos, capazes de gerar e fazer avançar ideias originais. É importante referir, ainda, que todas as entrevistas foram gravadas, sempre com autorização dos alunos e, no início de cada entrevista, era-lhes explicado que não se tratava de um teste, que a entrevista não seria utilizada na sua avaliação e não havia uma resposta certa ou errada às questões que iam sendo colocadas.

Em termos de metodologia para o tratamento destas entrevistas, a investigadora, semanalmente, logo que terminada a última aula semanal de

matemática, reunia as tarefas mais adequadas, e as resoluções dos alunos, para proceder à sua análise e estudo e assim se inteirar das dificuldades sentidas pelos alunos ou da sua inexistência.

O objetivo das entrevistas passava, assim, por compreender a perspetiva dos alunos relativamente às tarefas que lhes eram apresentadas, dando-lhes a oportunidade de transmitirem o que sentiam e como pensaram, quando se deparam com tarefas de OTD, bem como identificarem e verbalizarem as dificuldades que sentiram ou não sentiram. Deste modo, todas as entrevistas seguiram um guião de questões pré-definidas (Anexo 4), no entanto, não foi excluída a hipótese de formular novas questões, pertinentes, aquando da entrevista, adaptando o guião tendo em consideração as tarefas que se estava a analisar e com os pares participantes.

### 3.4 Documentos escritos

Bogdan e Biklen (1994) referem que, para além dos documentos produzidos pelo investigador, como por exemplo as notas de campo, há os documentos que são produzidos pelos sujeitos, que para além de representarem uma importante fonte de recolha de dados, ajudam, também, a compreender a sua forma de pensar.

Deste método de recolha de dados resultam dois tipos de documentos: os materiais elaborados pelos participantes e os documentos de origem administrativa.

Nos documentos elaborados pelos alunos fazem parte dois tipos de documentos que importa destacar: as *tarefas* (Anexo 5) realizadas na aula e em casa e a *ficha de avaliação sumativa* (Anexo 6). Ambos os documentos foram recolhidos pela investigadora e constituem parte fundamental para a análise dos dados. As tarefas atendendo à sua importância neste estudo são descritas em pormenor no capítulo IV.

Os documentos de origem administrativa foram fornecidos pela escola, a quem coube o papel de facultar a informação acerca da escola e dos alunos assim como do seu meio envolvente. Desses documentos fazem parte o Projeto Curricular da Turma (PCT) assim como um documento elaborado por dois professores da escola, acerca do contexto em que esta está inserida, denominado "*Escola Básica Integrada de Fragoso - Estrutura Económica e Social da Área Envolvente da Escola*".

### **3.5 Gravações áudio e vídeo**

Na obtenção de dados para a realização do presente projeto de investigação, recorreu-se a diversos métodos de recolha. Entre essa variedade encontram-se as gravações de áudio e vídeo. Dada a impossibilidade prática de transcrever tudo aquilo que os alunos diziam, ou faziam, ao longo de todas as aulas da área disciplinar de matemática fez-se a sua gravação em áudio e vídeo, de modo a serem registadas todas as intervenções durante a aula e a explicação que faziam das tarefas que realizavam.

Não obstante as vantagens das gravações, que nos permitirem ouvir ou ver e rever, tantas vezes quantas desejado, as aulas, há que ter consciência da perturbação que o equipamento de gravação pode provocar numa sala de aula. Por forma a minimizar o efeito perturbador do equipamento na concentração e trabalho dos alunos, procurou-se usar da máxima discrição. Para o efeito, incumbiram-se os elementos do grupo pedagógico de, discretamente, filmarem a aula enquanto a investigadora interagia com os alunos, sem que perturbasse o normal ambiente da sala de aula.

Perante os bons resultados conseguidos com este método, o mesmo foi aplicado ao longo de todas as aulas assim como nas entrevistas semanais. Contudo, indicou-se que a presença do equipamento na sala destinava-se apenas a facilitar o processo de registo de respostas e nunca para avaliar, uma vez que os alunos poderiam encarar este objeto como um elemento perturbador (Bogdan & Biklen, 1994).

## **4. Análise de dados**

A análise dos dados, para além de constituir um dos momentos mais importantes e delicados de uma investigação é, acima de tudo, o momento crucial, por ser aquele em que se impõe dar significado à informação que foi sendo recolhida no decorrer do estudo (Vale, 2004).

Uma investigação qualitativa, devido à diversidade de métodos de recolha de dados utilizados, produz uma grande quantidade de informação, que necessita, obrigatoriamente, de ser organizada e reduzida, por forma a facilitar a seleção e simplificação dos dados, possibilitar uma melhor descrição e interpretação do fenómeno a ser estudado e extrair mais facilmente conclusões finais (Vale, 2004; Coutinho, 2014).



Huberman e Miles (1994) acrescentam que na análise dos dados há três subprocessos que se associam e são dinâmicos: *redução dos dados*, *apresentação dos dados e conclusões*. A *redução dos dados* diz respeito aos dados que são sintetizados *a priori*. As notas de campo, as entrevistas e outros tipos de dados podem ser agrupados, categorizados, para uma condensação dos mesmos, de modo a facilitar o trabalho que se segue. A *apresentação dos dados* é definida como a construção da informação de forma organizada, constituindo uma fase crucial e indispensável para a extração de conclusões. A finalizar a identificação destes subprocessos dinâmicos na análise de dados aparecem as *conclusões*, através das quais o investigador exprime o significado que retirou dos dados que foi recolhendo e/ou a partir dos que foram representados. Nesta fase, a investigadora deve fazer o paralelismo entre a revisão bibliográfica e as conclusões a que chegou, indicando se estas estão, ou não, em concordância.

Neste trabalho de investigação, após a análise dos dados que foram recolhidos, incluindo a análise exaustiva das entrevistas e das gravações áudio e vídeo, de modo a confirmar se estavam em conformidade com os objetivos traçados para o estudo, recorreu-se à criação de categorias. A importância das categorias reside, segundo Vale (2004), na possibilidade de o investigador procurar regularidades nos dados que encontrou, facilitando o seu agrupamento e interpretação. A mesma autora, defende que para chegar às categorias, o investigador deve ter em consideração alguns aspetos, tais como a procura de padrões nos dados que recolheu, descobrir pistas para fazer agrupamentos, notar relações entre as variáveis, construir uma rede lógica de evidências, entre outros.

Para Lincoln e Guba (1985, citados em Vale, 2004), há cinco recomendações que os investigadores devem ter em consideração aquando da construção das categorias: (1) devem refletir o propósito da investigação; (2) devem ser exaustivas; (3) devem ser mutuamente exclusivas, o que significa que uma unidade não deve ser classificada em duas ou mais categorias; (4) devem ser independentes; (5) todas devem resultar de um princípio simples de classificação.

No âmbito deste projeto, e de acordo com as recomendações dos autores supracitados, a investigadora, após a análise dos dados e tendo em consideração os objetivos traçados para o estudo e as questões de investigação delineadas, deparou-se com a fase de criar categorias. Desta fase culminaram três categorias: *desempenho*

*global nas tarefas; os modos de resolução; e as principais dificuldades identificadas e sentidas.* A primeira categoria abrange o seu desempenho, no que respeita a persistência na realização da tarefa ou se foram capazes, ou não, de a realizar na íntegra e uma vertente mais afetiva, se os alunos gostaram de a realizar ou não, referindo aqui a sua atitude. A segunda categoria pretende analisar mais em pormenor a resolução da tarefa, é referido o tipo de representação pela qual optaram - a forma aritmética, esquemas, tabelas ou outros - e identificar o tipo de raciocínio que os alunos apresentam na realização das tarefas. Por último, na terceira categoria, pretende-se indicar quais as principais dificuldades sentidas pelos alunos na realização das diferentes tarefas, assim como as que foram identificadas pela análise das suas resoluções.

Por último são enunciados alguns critérios que conferem qualidade a um estudo qualitativo, sendo um deles, bastante relevante, a credibilidade, através da qual se pretende dar crédito aos resultados obtidos e se estes fazem sentido. São diferentes as estratégias que nos permitem dar credibilidade a um estudo, a começar pelo envolvimento prolongado com o contexto. A estratégia do envolvimento foi uma constante ao longo de, aproximadamente, três meses, período durante o qual se desenvolveu a PES II. Uma outra estratégia diz respeito à confirmação das conclusões, pelos estudantes, ou seja, é proporcionado aos participantes do estudo, serem confrontados com o que fizeram ou disseram. Uma terceira estratégia, também bastante importante e muito presente neste estudo, é a triangulação. Este processo caracteriza-se pela combinação da informação recolhida a partir dos múltiplos métodos utilizados. A grande vantagem da triangulação é que o investigador, ao cruzar a informação e fazendo comparação de dados, consegue-se dar mais significado e credibilidade conclusões (Vale, 2004; Huberman e Miles, 1994).

## Capítulo IV – Intervenção didática em OTD

No presente capítulo será apresentada a intervenção na área curricular de matemática, no contexto da PES II, na qual foi desenvolvido o presente estudo. Serão apresentadas as tarefas que foram implementadas no decorrer da investigação, sendo feita referência ao modo como foram exploradas e as expectativas de resposta.

### 1. Organização da intervenção didática

O presente estudo foi desenvolvido no contexto de sala de aula, durante um período de três semanas, que iniciou a 12 de maio e terminou a 30 do mesmo mês, do ano de 2014. As aulas de matemática tiveram a duração de noventa minutos e aconteciam três vezes por semana, no entanto, devido aos exames nacionais do 6º ano de escolaridade, só foi possível lecionar oito aulas, sendo uma dedicada à realização da ficha de avaliação sumativa.

Durante a prática letiva de matemática, no contexto da PES II, foi lecionado o tema matemático OTD, abordando os conteúdos referidos no novo programa para o ano de escolaridade em questão: *gráficos cartesianos; referenciais cartesianos, ortogonais e monométricos; Abcissas, ordenadas e coordenadas; tabelas de frequências absolutas e relativas; gráficos de barras e de linhas; média aritmética; problemas envolvendo a média e a moda e problemas envolvendo dados em tabelas, diagramas e gráficos* (MEC, 2013).

Houve o cuidado de, ao longo das aulas, apresentar tarefas desafiantes e motivadoras, que permitissem e facilitassem a aprendizagem dos conteúdos expressos no currículo. Para isso foi essencial selecionar tarefas adequadas e, em alguns casos, criar tarefas novas, que ajudassem a atingir os objetivos do programa e os que foram traçados para esta investigação. É importante acrescentar, também, que ao longo das aulas houve o cuidado de seguir o modelo das cinco práticas, de Smith et al. (2009), para ajudar a professora a organizar, de modo mais adequado, a realização e discussão das tarefas, com o objetivo de potencializar as aprendizagens dos alunos.

A planificação das aulas de OTD foi feita previamente, contudo, eram sempre revistas de modo a refinar pormenores que se considerassem pertinentes. No momento

de planificação foram antecipadas possíveis resoluções para as tarefas, de modo a prever dificuldades e modos de as superar. As tarefas eram distribuídas pelos alunos, que as resolviam individualmente, depois de terem sido apresentadas e clarificadas. Durante a realização das tarefas havia o cuidado de circular pela sala de aula, esclarecendo eventuais dúvidas e acompanhar as diferentes resoluções que estavam a ser elaboradas. No momento de correção houve sempre o cuidado de mandar ao quadro os alunos com diferentes resoluções, começando com as mais simples, para que todos tivessem a oportunidade de ver diferentes formas de chegar à mesma solução, este constituía o momento de discussão coletiva na turma. Durante este período de resolução recorria-se ao PowerPoint para apresentar situações mais visuais, como é o exemplo dos gráficos.

Posto isto, apresenta-se, abaixo, uma tabela que relaciona os conteúdos lecionados nas diferentes aulas e as tarefas para cada um dos conteúdos.

Tabela 2: Esquema das aulas, conteúdos e tarefas

Nº de aula	Conteúdos/Tópicos trabalhados	Tarefas
Aula 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Introdução à estatística: termos estatísticos (história da estatística; dados; população; amostra; Variáveis qualitativas e quantitativas);</li> <li>- O referencial cartesiano: função; constituição; tipos de referencial; marcação de um ponto no plano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- T1: Encontrar os pontos no referencial.</li> <li>- T2: A figura no referencial.</li> <li>- T3: As coordenadas dos vértices.</li> <li>- T4: O polígono escondido.</li> </ul>
Aula 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tabelas de frequência: construção; frequências absolutas e relativas;</li> <li>- Gráfico de barras: constituintes; construção.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- T5: De que cor são os teus olhos? (Introdutória)</li> <li>- T6: Os animais da quinta.</li> <li>- T7: No laboratório</li> </ul>
Aula 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gráficos de linhas: construção e constituição.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- T8: As idades dos colegas do Arsélio.</li> <li>- T9: As visitas ao museu.</li> <li>- T10: As idas ao cinema.</li> <li>- T11: O peso do Francisco.</li> </ul>
Aula 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Diagrama de caule-e-folhas;</li> <li>- Gráficos de barras e tabelas de frequência.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- T12: Quanto tempo consigo sustentar a respiração? (introdutória)</li> <li>- T13: O lançamento do peso.</li> <li>- T14: As alturas dos alunos do pré-escolar.</li> <li>- Questão de aula</li> </ul>
Aula 5	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Moda;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- T15: O dinheiro do Donald.</li> </ul>

	- Introdução da Média.	- T16: A média na disciplina de matemática. - T17: Os testes da Beatriz.
Aula 6	- Moda; - Média.	-T18: As turmas da professora Helena. - T19: Recolha de pilhas. - T20: Os manjericos vendidos. - T21: A idade dos três irmãos. - T22: O papel reciclado. - T23: A moda dos nomes. - T24: Os folhetos sobre a natureza.
Aula 7	- Realização da ficha de avaliação.	
Aula 8	- Moda; - Média; - Tabela de frequências; - Referencial cartesiano; - Gráfico de barras.	- T25: O jardim da Francisca. - T26: As figuras geométricas. - T27: O desporto favorito. - T28: Quantos irmãos tens? - T29: Os instrumentos musicais. - T30: Vamos organizar os dados.

É importante referir que todas as tarefas trabalhadas foram essenciais para o desenvolvimento da temática nas aulas de matemática e para as conclusões deste estudo, no entanto, apenas quinze foram abordadas nas entrevistas semanais e dessas, somente sete foram analisadas no presente estudo. É, ainda, importante referir que nem todas as tarefas foram aplicadas exatamente como apresentadas nos manuais, sendo que algumas sofreram alterações e outras foram integralmente criadas pela investigadora. Com isto pretendia-se atingir os objetivos delineados para esta investigação, tentando aproveitar o máximo de informação e fazer conexões com outras áreas, principalmente dentro da própria matemática.

As tarefas propostas foram escolhidas tendo como base alguns critérios. Um importante critério tido em consideração foi o ano de escolaridade no qual se desenvolveu a investigação, tendo em conta as capacidades demonstradas pelos alunos, de modo a cumprir os requisitos estipulados pelo MEC para o 5º ano de escolaridade, atingindo assim as metas. Além disso, é importante seguir as indicações de alguns estudos e/ou publicações sobre o tema, como refere Fernandes (2009) ao indicar que, para criar cidadãos estatisticamente literados é necessário criar um ambiente de sala de aula que permita desenvolver, nos alunos, competências estatísticas, privilegiando o envolvimento destes. É importante aliar estas ideias à de Campos et al. (2011) que

defendem que para desenvolver estas competências é imprescindível que se trabalhe por problemas e projetos, apresentar aos alunos tarefas complexas e desafiadoras, que os estimulem a mobilizar os conhecimentos. Em conformidade com os critérios que foram tidos em consideração, bem como nas teorias dos autores referenciados e nos requisitos estipulados pelo MEC (2013), foram propostas e desenvolvidas as tarefas em sala de aula.

Das trinta tarefas implementadas em sala de aula selecionaram-se apenas sete para se analisarem neste estudo, por se tratarem das mais representativas e que melhor podiam contribuir para compreender o desempenho dos alunos na realização de tarefas de OTD.

De seguida, é apresentada uma tabela que especifica o tipo de raciocínio que é desenvolvido nas diferentes tarefas e que os alunos devem mobilizar.

Tabela 3: Distribuição das tarefas pelos diferentes raciocínios

Tipos de Raciocínio	Tarefas
Raciocínio sobre os dados	T26: As figuras geométricas.
Raciocínio sobre representação dos dados	T7: No laboratório. T11: O peso do Francisco. T18: As turmas da professora Helena. T26: As figuras geométricas.
Raciocínio sobre medidas estatísticas	T17: Os testes da Beatriz. T18: As turmas da professora Helena. T21: A idade dos três irmãos. T26: As figuras geométricas.

Todas as tarefas foram apresentadas pela investigadora, que desempenhou, também, o papel de professora, que teve a preocupação de ouvir as opiniões e as dúvidas dos alunos, verificar os erros, para assim ficar melhor habilitada para os corrigir e orientar os alunos para a aprendizagem da matemática.

## 2. Descrição e exploração das tarefas

As tarefas aplicadas neste estudo foram todas exploradas em contexto de sala de aula, integradas no processo de ensino aprendizagem do tema de OTD e foram realizadas por todos os alunos. Apresenta-se, assim, a descrição e os objetivos de cada tarefa, apontando as expectativas para cada uma no âmbito da turma.

### T7: No Laboratório

Esta tarefa foi introduzida para consolidar as aprendizagens relativamente ao gráfico de barras e, antes de iniciarem a sua resolução, foram feitas conexões com outras áreas do currículo – Ciências Naturais: a nomenclatura dos seres vivos. Além destas conexões, permitiu trabalhar outros conteúdos da matemática, que não estavam diretamente relacionados com a OTD, como os múltiplos, que pertencem ao tema dos *Números e Operações*. A tarefa permitia, também, que os alunos trabalhassem a resolução de problemas, identificando uma, ou mais, estratégias para encontrar a solução. Relativamente aos conteúdos da OTD, nesta tarefa os alunos iriam trabalhar a *Leitura e Interpretação de Gráficos*.

A tarefa era constituída por duas alíneas. A primeira exigia que os alunos fossem capazes de ler, cuidadosamente, o enunciado e prestar atenção ao que lhes era pedido, uma vez que não era possível chegar à resposta correta através da leitura direta do gráfico. Nesta tarefa, os erros ou dificuldades previsíveis da parte dos alunos, estavam relacionados com a má interpretação do gráfico de barras ou erros aritméticos, provenientes da divisão do número de patas por animal. Atenta a importância de prever as resoluções apresentadas, deduziu-se que os alunos poderiam responder de duas formas distintas: por *esquema/desenho* e *algebricamente*, dividindo o número total de patas pelas patas que cada animal tinha. A última forma, por ser mais direta e ir ao encontro do que os alunos estão habituados a realizar, era aquela que se previa ter mais “adeptos”.

A segunda alínea da tarefa exigia mais dos alunos, por se tratar de um tipo de tarefas com o qual estes não estavam habituados a lidar. Com base neste pressuposto, aquando da planificação da aula, era esperado que o tempo destinado a realizar esta

tarefa e no apoio aos alunos na compreensão do enunciado teria de ser mais. Na preparação da aula admitia-se que os alunos sentissem algumas dificuldades: a primeira, e talvez a que iria ser mais comum, prendia-se com a compreensão da condição “*O número de aranhas é o triplo do número de moscas*”, e perceber o que implicava matematicamente; outra dificuldade prevista implicava que os alunos não cumprissem uma das condições, ou seja, iam tentar encontrar uma solução tendo em consideração apenas uma das condições.

Assim, depois de a tarefa estar devidamente clarificada, em relação às condições do problema, esperava-se que a resolvessem utilizando a estratégia de tentativa erro, podendo organizar os dados numa tabela, em listas ou desenhos.

### **T11: O Peso do Francisco**

Esta tarefa foi apresentada após a introdução do gráfico de linhas, e pretendia desenvolver nos alunos a destreza na leitura de gráficos e a capacidade de comunicação.

No final da tarefa os alunos deveriam ser capazes de indicar as diferenças entre dois gráficos que representavam os mesmos valores mas com uma escala diferente no eixo das ordenadas, o que implicava que a curva do gráfico de linhas fosse, também, diferente, podendo induzir em erro a interpretação dos alunos.

Como já foi referido, alguns alunos desta turma apresentavam algumas dificuldades de expressão, quando lhes era pedido para exporem, verbalmente, o seu pensamento, ou seja, conseguiam encontrar a solução correta, mas quando lhes era pedido para verbalizarem o seu raciocínio não o faziam utilizando a linguagem matemática. Este condicionalismo levaria a que, sem surpresa, alguns dos alunos não conseguissem expressar as suas ideias de forma clara e concisa, apesar de a tarefa não implicar cálculos mas apenas a compreensão dos componentes dos gráficos e explicação das suas diferenças e respetiva implicação na leitura dos gráficos. Uma previsível lacuna dos alunos era o facto de estes conseguirem identificar as diferenças entre os gráficos, mas não conseguirem explicar as suas implicações, ou seja, compreenderem que a graduação era diferente de gráfico para outro, mas não conseguiam explicar, de forma clara, o seu significado, à parte esta interpretação incompleta dos gráficos, previa-se, também, que alguns alunos referissem que se tratava de valores diferentes. Apesar



disso, esta não era a tarefa em que se previa que os alunos sentissem mais dificuldades e, possivelmente, vários alunos iriam encontrar a resposta correta.

### **T17: Os Testes da Beatriz**

O objetivo subjacente à apresentação desta tarefa tem a ver com a familiarização dos alunos com o conceito de média, percebendo-o na sua globalidade, por forma a facilitar a aprendizagem e a compreensão daquilo que é a média e o que ela representa e não reterem, simplesmente, a forma de aplicação do algoritmo, de forma mecânica. Os alunos iriam trabalhar com dois conceitos: a média e valores máximos e mínimos. Relativamente a estes conceitos previam-se algumas dificuldades na sua compreensão, por parte dos alunos.

A tarefa era constituída por três alíneas, cada uma com um objetivo distinto e pretendia desenvolver nos alunos a capacidade de raciocinar sobre as medidas estatísticas. A primeira era direta e não era expectável que, relativamente a esta, algum aluno apresentasse qualquer dificuldade, uma vez que apenas deveriam aplicar o algoritmo da média, a partir dos dados que se encontravam no enunciado. Nas questões seguintes, pedia-se aos alunos um outro tipo de raciocínio, um raciocínio concetual sobre a média. Neste caso, previa-se que alguns alunos poderiam não conseguir resolver as questões e foi necessário precaver para o surgimento de algumas dificuldades.

Na segunda alínea era enunciado que a Beatriz apenas ia realizar um teste na disciplina de matemática, e, sabendo isso, os alunos deveriam encontrar a média máxima que ela conseguiria atingir. O facto de relacionar dois conceitos diferentes - valor máximo e média - poderia representar um entrave para os alunos. Estes deveriam ser capazes de compreender como é que, realizando apenas um teste, a Beatriz poderia obter a média máxima. Por se tratar de um problema que exigia um raciocínio mais elaborado, pelo simples facto de não se tratar de uma questão direta, poder-lhes-ia constituir uma dificuldade acrescida. A partir do momento em que os alunos soubessem a nota que a Beatriz deveria obter no último teste, não se previam muitas dúvidas, uma vez que implicava a aplicação de uma fórmula.

Na última alínea da tarefa, era pedido aos alunos que, calculassem o valor da média máxima e mínima que a Beatriz conseguiria atingir se o professor excluísse o teste

com a pior classificação. Os alunos que resolveram a alínea anterior não deveriam sentir grandes dificuldades na resolução desta, uma vez que o raciocínio era muito semelhante, tirando a particularidade de terem de excluir a pior nota dos testes. Já era mais expectável que os alunos sentissem maiores dificuldades em encontrar a média mínima, uma vez que ainda não tinham trabalhado este conceito na tarefa, para além de que, por ser uma tarefa que obrigava os alunos a relacionar conceitos diferentes e a um pensamento mais abstrato, seria de esperar que não conseguissem resolver integralmente a tarefa.

#### **T18: As Turmas da Professora Helena**

A tarefa que é agora descrita foi dada aos alunos para ser feita em casa. Apesar disso, e à semelhança do que acontecia com todas as tarefas dadas para serem feitas em casa, foi trabalhada e revista na aula. Com esta opção metodológica conseguia-se um melhor proveito do tempo da aula, atendendo a que a tarefa já vinha resolvida de casa, libertando assim o tempo considerado necessário para a sua execução dedicando mais tempo ao esclarecimento de dúvidas e exposição das dificuldades por parte dos alunos.

A tarefa agora descrita relacionava três conteúdos da OTD: a leitura e interpretação de gráficos de barras, a média e a moda, sendo que os dois últimos deveriam ser encontrados a partir da análise do gráfico. Atendendo a que a moda não representava dificuldade para os alunos e deveria ser encontrada a partir do gráfico, facilitando assim o seu trabalho, aguardava-se que respondessem corretamente à questão. Não obstante a expectativa, estava precavida para a eventualidade de alguns alunos poderem indicar como moda o valor representado no eixo das ordenadas, ou seja, indicarem o número de alunos, a frequência absoluta, em vez da variável em estudo, a classificação obtida à disciplina.

Para o cálculo da média esperava-se que os alunos sentissem mais dificuldades, uma vez que nos gráficos estavam representadas duas variáveis que tinham de ser relacionadas: o nível dos alunos e o número de alunos que atingiu cada nível. Para este cálculo, seria de esperar que alguns alunos não conseguissem perceber como manipular os valores que se encontravam no gráfico para calcular a média. Nesta manipulação, era

provável que sentissem mais dificuldades em perceber como fazer a soma dos níveis do que em encontrar o número de alunos da turma, uma vez que este último passo era mais direto e consistia, apenas, em somar as frequências absolutas de cada barra.

Na resolução da tarefa previam-se dificuldades em alguns alunos. Porém, esperava-se que fossem mais os alunos a conseguirem realizar a tarefa com êxito do que o contrário, uma vez que, aquando da introdução do conceito de média, houve o cuidado de explicar o seu significado e como é que esta pode ser calculada a partir de gráficos de barras.

### **T21: A Idade dos Três Irmãos**

A tarefa que agora se apresenta foi integralmente criada pela investigadora, por forma a atingir os objetivos que tinham sido delineados bem como para possibilitar a recolha de informação importante para o estudo e dada a pertinência da apresentação de tarefas que representassem um desafio para os alunos e não se cingissem, apenas, à aplicação direta de fórmulas. Sendo certo que nos manuais não se encontravam muitas tarefas deste género, foi evidente a necessidade de as criar, tendo sempre em atenção o ano de escolaridade, as orientações programáticas e a turma na qual seriam aplicadas.

Nesta tarefa, os alunos eram desafiados a encontrar a idade de cada um de três irmãos, partindo da média e sabendo algumas condições. Previa-se que os alunos se deparassem com algumas dificuldades logo a começar em terem mobilizar o conhecimento concetual da média, para deste modo chegarem ao valor da soma das idades dos três irmãos. Por exigir um raciocínio mais elaborado e por se tratar de uma tarefa fora do habitual, era expectável que nem todos os alunos a conseguissem resolver corretamente ou na sua totalidade.

Uma vez passada a primeira “barreira”, encontrar a soma das idades, previa-se que os alunos optassem pela estratégia de tentativa erro. Como já tinham trabalhado tarefas que exigiam esta estratégia, não se esperava que sentissem dificuldades, porém, a professora estava consciente que nem todos os alunos seriam capazes de realizar a tarefa de forma correta.

**T25: O Jardim da Francisca**

Também esta tarefa é da autoria da investigadora sendo, integralmente, criada por ela, como objetivo de permitir fazer conexões dentro da própria matemática, trabalhando temas lecionados no início do ano letivo: áreas e figuras equivalentes. Não sendo objetivo apresentar uma tarefa das mais comuns, no que reporta ao referencial cartesiano - marcar um ponto no referencial a partir das coordenadas, ou o inverso, indicar as coordenadas de um ponto assinalado no referencial -, criou-se uma que obrigasse os alunos a ter um pensamento mais abstrato, isto é, a imaginar como seria o referencial cartesiano e como é que uma figura geométrica se encaixava neste.

Na primeira alínea, os alunos deveriam encontrar as coordenadas dos vértices de um retângulo, que representa o jardim da Francisca, sem ter o referencial. Não se previam muitas dificuldades nesta alínea, não obstante, poderia haver alunos que trocassem as abcissas e as ordenadas. A segunda questão assemelhava-se à primeira, sendo que os alunos tinham de explicar, por palavras, se o ponto E se encontrava no interior ou no exterior do jardim, sabendo as suas coordenadas. Nesta alínea pedia-se aos alunos que explicassem o seu raciocínio e, uma vez que alguns apresentavam algumas falhas a este nível, era previsível que quando lhes pedisse para explicarem como chegaram à resposta o fizessem com algumas dificuldades e outros, provavelmente, não o conseguiriam explicar.

A terceira alínea estabelecia conexões com outra área da matemática: a geometria. Os alunos deveriam, a partir das coordenadas, saber o comprimento de cada lado do retângulo e dividir a figura em quatro partes iguais, realizando aqui uma pequena investigação.

Sabendo o comprimento de cada lado, uma forma de chegar à resposta consistia em dividir esses lados em partes iguais e, ao formarem figuras com igual comprimento dos lados, poderiam obter diferentes formas.

Para encontrar diferentes divisões, passava por perceber que deveriam calcular a área de cada figura formada, e que cada uma teria de ter a mesma área, seriam figuras equivalentes, mesmo que as partes não fossem figuras geometricamente iguais. Para tal, os alunos deveriam ter presente o conceito de figuras equivalentes. Ora, tendo esta matéria sido trabalhada no início do ano letivo e apesar de ser a forma de resolução que

permitiria encontrar mais divisões, não havia a certeza de que todos os alunos iriam recorrer a este método, para além de que a ideia não estava diretamente expressa no enunciado.

Uma outra forma de realizar a tarefa passava pela relação parte-todo e/ou pela dobragem de papel. Os alunos poderiam, a partir de um retângulo de papel, recorrendo a dobragens, comprovar, nalguns casos, experimentalmente que as diferentes partes eram geometricamente iguais e, conseqüentemente, eram figuras equivalentes.

### **T26: As Figuras Geométricas**

Nesta tarefa, tal como aconteceu com a anterior, também foram trabalhadas matérias relativas ao tema da geometria, no que concerne as características das figuras no plano. Esta tarefa, à semelhança de outras, trabalhadas em sala de aula e aqui apresentadas, foi criada pela investigadora, na sequência de uma consulta de um manual, do qual se extraiu a imagem utilizada na tarefa. Com a realização desta tarefa pretendeu-se trabalhar com os alunos a construção de gráficos de barras e tabelas de frequência, moda e, como supracitado, as características das figuras geométricas.

Como se referiu anteriormente, a ideia para esta tarefa surgiu a partir de um manual de matemática, no qual estava apresentada a imagem que se transpôs para a tarefa e era enunciado que as figuras tinham sido divididas em três grupos: quadriláteros, triângulos e círculos. No manual era pedido aos alunos que construíssem um gráfico de pontos e uma tabela de frequências. Atendendo a que o manual é utilizado para orientação, considerou-se pertinente aproveitar a imagem e fazer algumas alterações à tarefa do manual, começando por pedir aos alunos que criassem eles próprios os grupos, tendo em atenção que as figuras deviam ser agrupadas segundo critérios, e que todas as figuras deveriam cumpri-los. Dependendo da divisão que fizessem, deveriam, posteriormente, elaborar uma tabela de frequências e um gráfico de barras. Não seria de esperar muitas dificuldades por parte dos alunos, no entanto, seria de esperar que cometessem pequenos erros na construção de gráficos, tais como a falta de legenda nos eixos ou não colocarem sempre o mesmo espaçamento entre as barras.

Na última alínea pedia-se aos alunos que indicassem qual era a moda, e, nesta, não se previa nenhuma dificuldade.

## Capítulo V – Os Casos

Como se referiu anteriormente, este projeto sustenta-se numa investigação do tipo qualitativo, optando pelo *design* do estudo de caso, por forma a conseguir perceber uma determinada realidade de forma mais pormenorizada. Neste pressuposto, no presente capítulo, serão apresentadas as características da turma, fazendo referência à relação dos alunos com a matemática e, em particular, com o tema em estudo e as tarefas apresentadas. Será também caracterizado cada um dos casos estudados, a sua relação com a matemática e o seu desempenho na investigação.

### 1. A Turma

#### 1.1 Caracterização e relação com a Matemática

Este estudo foi desenvolvido numa turma do 5º ano de escolaridade, do Agrupamento Vertical de Escolas de Fragoso (AVEF), constituída por 18 alunos, sendo onze alunos do sexo masculino e sete do sexo feminino. Esta turma, como tantas outras, é constituída por alunos que apresentam características diferentes, tanto no aspeto cognitivo, psicológico e/ou comportamental, no entanto, estas diferenças nunca colocaram em causa o normal funcionamento das aulas atento o facto de, a nível de aprendizagem, a turma se caracterizar por um certo equilíbrio, não havendo alunos com desempenho extremamente fraco ou, por oposição, com desempenho excelente o que permitia antever que todos os alunos seriam capazes de acompanhar o ritmo das aulas.

No universo da turma, apenas um aluno estava a repetir o 5º ano de escolaridade, apesar disso, acompanhava as aulas e tinha nelas uma participação ativa. A nível comportamental, todos respeitavam a professora e os colegas, não perturbando ou interrompendo a aula com assuntos que não eram pertinentes e não era visível o hábito de interromper a intervenção de um colega, podendo afirmar que não havia nenhum elemento perturbador.

No que respeita às capacidades transversais, mais concretamente a resolução de problemas, alguns alunos apresentavam algumas dificuldades em interpretar e compreender o enunciado ou encontrar uma estratégia adequada, do que se conclui que nem todos, de imediato, conseguiam encontrar uma forma de resolver o problema.

Relativamente à comunicação matemática, era muito comum verem-se braços levantados para responderem às questões ou irem ao quadro, no entanto, eram notórias as dificuldades em expressarem o seu pensamento, tanto oralmente como por escrito, dando origem a que não utilizassem a terminologia mais correta para proceder a explicações e justificações. Esta lacuna na capacidade de comunicação denota a necessidade de trabalhar, frequentemente, sobre esta incapacidade e corrigir os alunos.

Antes de iniciar a regência foi aplicado um questionário a toda a turma, de modo a perceber a relação entre os alunos e a matemática. Em resultado da análise do questionário verificou-se que quatro alunos referiram que esta era a disciplina que menos apreciavam, e dois indicaram que era aquela de que mais gostavam. No questionário procurava-se também obter dos alunos o seu contributo sobre a forma como julgavam ser mais fácil a aprendizagem dos conteúdos. A propósito da relação dos alunos com a disciplina, aquando da apreciação do questionário, a professora verificou serem bastante comuns respostas como “até gosto, mas confundo um bocadinho a matéria”; “só gosto de algumas matérias, porque as outras são difíceis e eu não me sinto muito preparada”; “não gosto porque tenho muitas dificuldades”; “eu gosto de pensar, por isso gosto de matemática, porque me obriga a pensar”. Relativamente à segunda questão, que fazia referência à melhor forma de aprender matemática, foi muito comum obter respostas como “quando o professor explica tudo direitinho”; “quando fazemos exercícios”; “aprendemos tendo aulas como as que temos agora, quando fazemos atividades diferentes”; “quando vamos ao quadro e a professora explica tudo direitinho”.

Conhecer o gosto dos alunos em termos de trabalho na sala de aula, nomeadamente perceber o que mais gostavam de fazer, foi um pormenor que não se descuroou no questionário, permitindo assim ficar a saber que metade da turma, ou seja, nove alunos, referiram que gostavam de trabalhar com materiais manipuláveis, comprovando assim que apreciam o uso de recursos diferentes, apesar de nenhum ter referido que com eles era mais fácil de aprender. Foi também indicado por uma parte significativa da turma, sete alunos, que, nas aulas, gostavam de ir ao quadro, o que mostra que a turma é bastante participativa.

No que respeita aos conteúdos previamente aprendidos sobre este tema, OTD, a grande maioria dos alunos referiu que já tinham trabalhado com gráficos de barras e



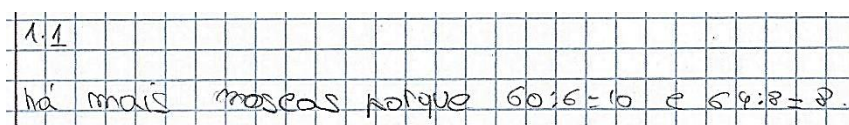
diagramas de caule-e-folha, mas nenhum referiu estar familiarizado com tabelas de frequências. Relativamente aos pictogramas, apenas dois alunos indicaram que já tinham conhecimento destes. Ora, tendo em linha de conta que os pictogramas são bastante trabalhados nos primeiros anos de escolaridade, por vezes até no pré-escolar, só se entende como justificação mais plausível, para este reduzido número de alunos, o facto de não associarem o nome ao tipo de representação.

## 1.2 Exploração das tarefas

No decurso das aulas houve sempre a preocupação de se criar, em sala de aula, um ambiente adequado que gerasse nos alunos, por um lado, a motivação necessária para uma aprendizagem adequada e, por outro, lhes proporcionasse experiências diferentes daquelas a que estavam habituados.

Apesar de haver o cuidado de proporcionar um ambiente propício à aprendizagem, nem todos realizaram as tarefas propostas integral e/ou corretamente. Mesmo assim, os alunos empenharam-se plenamente na sua realização. Deste modo, será dedicada uma parte deste trabalho à caracterização da turma na exploração das tarefas, fazendo referência, de forma genérica, ao desempenho dos alunos, às estratégias de resolução, ao raciocínio utilizado e às dificuldades com que se depararam, recorrendo a algumas resoluções mais marcantes, quer por terem sido a norma da turma que pela sua especificidade.

Na tarefa T7: *No Laboratório*, os alunos, na primeira alínea, não apresentaram dificuldades, sendo a opção de resolução mais comum a representação aritmética, como mostra a Figura 6.



1.1

há mais moscas porque  $60:6=10$  e  $54:8=8$ .

Figura 6: Resolução de um aluno para a tarefa “No Laboratório”

Diferindo da opção mais comum da turma, um aluno não enveredou pela divisão mas sim pelos múltiplos, conforme se pode verificar na resolução exibida na Figura 7. O aluno procurou um número que quando multiplicado pelas patas de uma aranha ou de uma mosca tivesse, como produto, o número indicado no gráfico, demonstrando assim um raciocínio diferente.

Handwritten student work on grid paper showing two multiplication problems. The first is  $6 \times 10 = 60$ , with arrows pointing to "6 moscas" and "10 número de patas". The second is  $8 \times 8 = 64$ , with arrows pointing to "8 aranhas" and "8 número de patas".

Figura 7: Resolução de um aluno para a tarefa “No Laboratório”

A generalidade da turma, tal como se esperava, resolveu corretamente esta alínea. A exceção foram dois alunos que, por distração ou deficiente interpretação do gráfico, cometeram o mesmo erro na sua resposta. Estes alunos referiram, conforme se vê na Figura 8, que o número de patas indicado no gráfico era referente ao número de animais que existiam no laboratório.

Handwritten student work on grid paper. It starts with "1.1 -> No laboratório há mais aranhas do que moscas." followed by "Porque há 64 aranhas e 60 moscas e 64 é maior do que 60 por isso são mais aranhas do que moscas."

Figura 8: Resolução errada de um aluno para a tarefa “No Laboratório”

Relativamente à segunda alínea, os alunos tiveram algumas dificuldades em compreender o que lhes era pedido no enunciado, sobretudo com a condição “o número de aranhas é o triplo do número de moscas”.

Perante o sucedido, houve necessidade de explicar melhor a alínea e ajudar à sua interpretação. Logo que o enunciado foi compreendido, os alunos que foram capazes de realizar a tarefa, utilizaram a estratégia de tentativa erro, originando a utilização de duas representações diferentes: aritmética ou através de desenho.

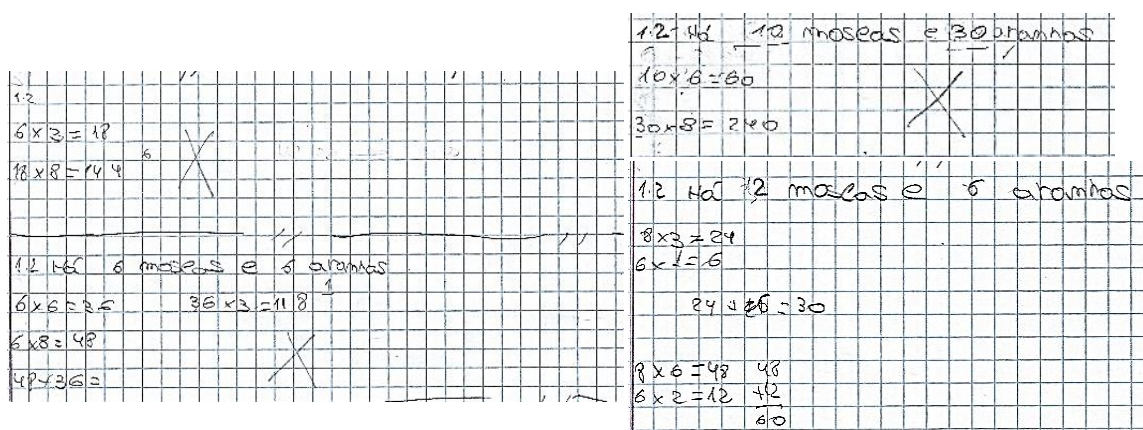


Figura 9: Resolução de um aluno para a tarefa “No Laboratório”

Conforme se pode verificar pela resolução na Figura 9 (esquerda), o aluno compreendeu muito bem as condições não cumpriu as duas condições, quando coloca a hipótese de haver três moscas e dezoito aranhas ou seis moscas e seis aranhas. Após perceber a incorreção, optou por utilizar a estratégia de tentativa e erro, como mostra na Figura 9 (direita). Começa por colocar a hipótese de haver dez moscas e trinta aranhas, por verificar que os números eram bastante elevados, procurou os resultados para uma mosca e três aranhas. Ao confirmar que o resultado perfazia trinta patas e a sua pretensão era o dobro das patas, decidiu dobrar o número de animais.

Inicialmente, sentiram algumas dificuldades, no entanto, quando questionados para se pronunciarem acerca da tarefa, referiram que foi aquela que, na semana, mais gostaram de realizar.

Relativamente à tarefa *T11:O Peso do Francisco*, foi evidente o empenho dos alunos na sua realização e notória a sua vontade de participar na aula, apresentando as suas ideias. Esperava-se que os alunos fossem capazes de perceber as diferenças entre dois gráficos e, mais importante do que isso, a sua implicação na leitura destes. A grande maioria dos alunos apontou as diferenças que eram detetáveis pela observação do gráfico, tais como a diferença na graduação. Porém, não conseguiam explicar como é que esta diferença poderia influenciar a leitura do gráfico, conforme se pode verificar na resposta exibida na Figura 10.

4. No ano passado o Francisco pesou-se todos os meses e registou o seu peso numa tabela. Os seus irmãos decidiram registar esses valores num gráfico como os abaixo. Analisa-os e regista as diferenças.

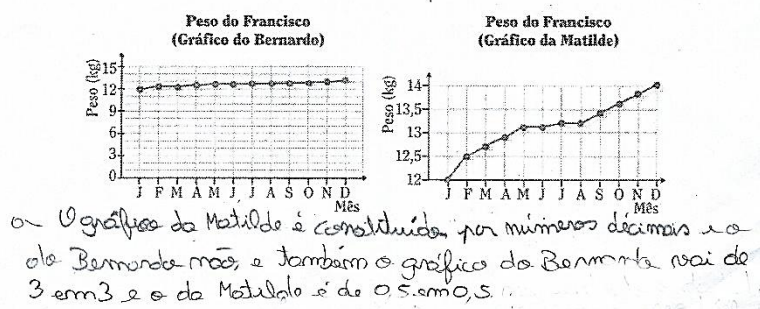


Figura 10: Resolução de um aluno para a tarefa "O Peso do Francisco"

No âmbito da mesma tarefa, uma outra resposta apontava no sentido de se tratarem de dois gráficos diferentes, que representavam duas situações distintas, sendo que num dos gráficos o peso não se alterava e no outro ia aumentando ao longo dos meses, conforme se pode verificar na Figura 11.

R: No mês de março o gráfico do Bernardo apresenta um valor igual ao de fevereiro, já no da Matilde o valor aumenta. De maio a setembro/outubro o peso do Francisco mantém-se a base de 13, no gráfico do Bernardo, já no da Matilde o peso ultrapassa os 13 kg a 13,5 kg, e continua a subir até aos 14 kg no mês de dezembro. O que não acontece no gráfico do Bernardo, pois não chega aos 14 kg.

Figura 11: Resolução de um aluno à tarefa "O Peso do Francisco"

Ainda relativo a esta tarefa, apenas um aluno conseguiu identificar que se tratava do mesmo peso mas, devido às diferenças de graduação, no gráfico da Matilde era possível ver com mais pormenor as alterações no peso do Francisco.

Relativamente à tarefa T17: Os Testes da Beatriz, por ser a primeira que realizavam, e que obrigava, não só a uma compreensão processual da média, mas também à sua compreensão concetual, os alunos sentiram algumas dificuldades. Assim, quanto à primeira alínea, cuja resolução apenas pedia, diretamente, a média de um conjunto de dados, não houve dúvidas e todos responderam corretamente, pois consistia na aplicação direta da fórmula da média, o que foi um cálculo simples. O mesmo não se pode dizer das duas alíneas seguintes que suscitaram algumas dúvidas



aos alunos a pontos de vários deles não conseguirem responder, por não compreenderem como deveriam proceder, levando a que, não raras vezes, se ouvissem observações na sala como: "esta é mais complicada" ou "não consigo perceber como é para fazer". Em conclusão, relativamente a estas duas alíneas, verificou-se que nove alunos não foram capazes de as realizar e três não as realizaram de forma correta pelo que apenas seis dos alunos responderam às alíneas de forma totalmente correta. Apesar das dificuldades sentidas pela maioria dos alunos, verificou-se, com agrado, que, mesmo assim, não estavam desmotivados.

No que alude aos alunos que realizaram corretamente a tarefa, verificou-se que todos realizaram a tarefas do mesmo modo, utilizando o mesmo raciocínio e forma de representação: raciocínio sobre medidas estatísticas e forma aritmética.

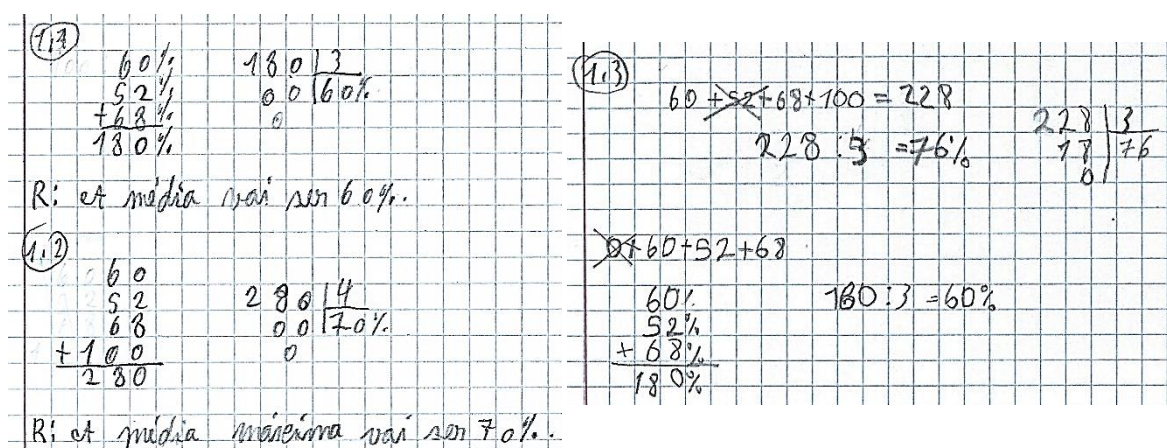


Figura 12: Resolução de um aluno para a tarefa "Os testes da Beatriz"

Conforme se pode verificar pela Figura 12, que espelha a resolução da tarefa "Os testes da Beatriz" por parte de um dos alunos da turma, todas as questões estão corretamente resolvidas. À semelhança deste aluno, todos os outros que conseguiram resolver a questão, utilizaram a mesma estratégia.

A propósito da tarefa T18:As turmas da Professora Helena, ao contrário do que aconteceu com a tarefa anterior, todos os alunos a resolveram a tarefa. Apesar de se tratar de uma tarefa realizada em casa, no dia da sua apresentação e antes de se dar início à correção, auscultaram-se os alunos por forma a sentir a sua reação à tarefa, nomeadamente se gostaram dela e/ou sentiram dificuldades. Neste seguimento, alguns alunos referiram que, no início sentiram dificuldades em definir quais os procedimentos

que deveria tomar para relacionar as duas variáveis representadas no gráfico. Contudo, ao relacionar os gráficos e a média o exercício tornou-se, segundo as palavras dos alunos, "divertido". Esta tarefa obrigava os alunos a mobilizarem dois tipos de raciocínio: *sobre representação de dados*, no sentido de serem capazes de ler e interpretar os gráficos, e *sobre medidas estatísticas*, abrangendo a capacidade de utilizar as medidas para comparar diferentes distribuições. Neste sentido, os alunos apresentaram mais dificuldades em compreender como poderiam calcular a média a partir do gráfico, ou seja, como iriam manipular os valores do gráfico para obterem a média das classificações. Efetivamente, esta foi indicada como a principal dificuldade sentida pelos alunos nesta tarefa.

Para a resolução da tarefa identificada, a forma mais direta e, neste caso, correta de a resolver seria pela multiplicação. Em vez disso, alguns alunos optaram por somar os valores expressos no gráfico, conforme mostra a Figura 13 (direita).

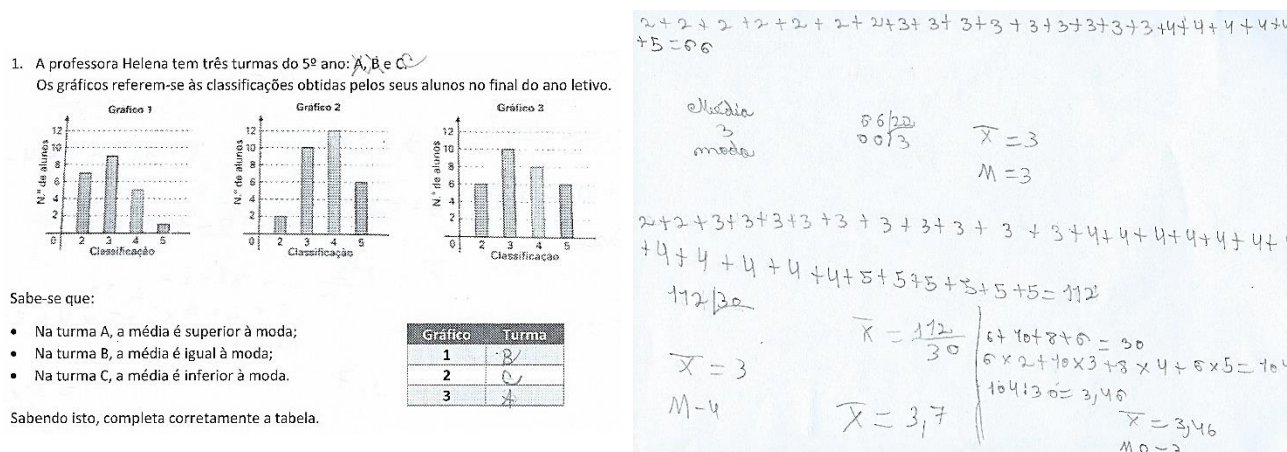


Figura 13: Resolução de um aluno para a tarefa “As turmas da professora Helena”

O aluno optou por somar, individualmente, a classificação em detrimento da multiplicação que, através da análise do gráfico, seria o procedimento mais direto correto. Apesar de ter obtido o mesmo resultado, a leitura do gráfico não direcionava o aluno para o procedimento pelo qual optou.

Na tarefa *T21:As idades dos três irmãos*, a turma apresentou algumas dificuldades. Apesar disso, também foi referenciada como a tarefa preferida da semana. A realização desta tarefa absorveu demasiado tempo da aula, motivado pela dificuldade dos alunos compreenderem como é que, a partir da média, conseguiriam obter a idade

de cada irmão. Perante este cenário, impunha-se a clarificação das dúvidas dos alunos. Registou-se o seu interesse e foi notória a sua persistência para a realização da tarefa. Apesar disso, nem todos conseguiram concluir a tarefa corretamente.

No universo da turma foram perceptíveis duas formas de resolução diferentes. Uma passava por compreender que, por se tratar de três irmãos e a média das idades ser 10, a soma das idades teria de ser um número que, dividido por três, tivesse como quociente dez. Interiorizar esta simultaneidade de raciocínios foi complicado para os alunos, confundindo-os. Houve, assim, a preocupação de explicar o enunciado aos alunos, tentando que estes compreendessem como é que, a partir do valor da média, poderiam chegar às idades dos irmãos, obrigando-os a pensar sobre o conceito de média. Aqueles que foram capazes de compreender como era calculada a média e os procedimentos que eram necessários, para encontrar a idade de cada irmão, optaram pela estratégia de tentativa erro.

Tarefa dos irmãos			
Ana 3	João 6	Sofia 11	$11 + 6 + 3 = 20$
Ana 4	João 8	Sofia 12	$12 + 8 + 4 = 24$
Ana 5	João 10	Sofia 15	$10 + 15 + 5 = 30$

R: Ana 5 anos, João 10 anos, Sofia 15 anos.

$10 \times 3 = 30$

Figura 14: Resolução de um aluno para a tarefa “As idades dos três irmãos”

Uma outra estratégia utilizada para resolver esta tarefa consistiu em atribuir uma idade a cada irmão, tendo em atenção as condições do enunciado, e iam calculando a média, até encontrarem os valores com os quais era possível obter a média de dez, conforme mostra a Figura 15.

The image shows two columns of handwritten work on grid paper. The left column contains two sets of calculations, both of which are crossed out with large 'X' marks. The first set shows: Ana = 1, João = 2, Sofia = 7, then  $7 + 1 + 2 = 10$ , and  $10 : 3 =$ . The second set shows: Ana = 4, João = 8, Sofia = 13, then  $13 + 8 + 4 = 15$ , and  $15 : 3 = 5$ . The right column also contains two sets of calculations. The first set is crossed out: Ana = 6, João = 12, Sofia = 13, then  $12 + 12 + 6 = 34$ , and  $34 : 3 =$ . The second set is marked with a checkmark: Ana = 5, João = 10, Sofia = 15, then  $5 + 10 + 15 = 30$ , and  $30 : 3 = 10$ . Below the second set on the right, there is a handwritten note: 'Vi que a Ana tinha 5 e o dobro é 10 e mais 5 é 15. Então dava 30 e  $30 : 3 = 10$ '.

Figura 15: Resolução de um aluno para a tarefa “As idades dos três irmãos”

Estes alunos não explicaram, por escrito, qual tinha sido o seu raciocínio para resolverem o problema. Houve, contudo, a explicação oral do seu raciocínio, da forma que se segue:

**Aluno:** Eu dei 1 ano à Ana, como o João tinha o dobro, tinha 2, e a Sofia tinha mais cinco, tinha 7. Somei e dava 10, como tinha de dividir por três para ter a média, vi que não dava a média que estava no enunciado. Experimentei com os outros números até conseguir encontrar a média de 10, porque quando chegasse a essa média sabia que os valores eram as idades dos irmãos.

A tarefa T25: *O Jardim da Francisca* agradou aos alunos e foi visível a sua motivação para a resolverem. Nesta tarefa, a primeira alínea não acarretou dificuldades para a maioria dos alunos, que se mostraram capazes de indicar as coordenadas dos pontos em falta.

Quanto à segunda alínea da tarefa, por carecer de um raciocínio mais cuidado, que obrigava os alunos a imaginarem o referencial e a tentarem enquadrar nele um ponto, houve mais dificuldades. Alguns alunos, para terem a certeza de que não iam errar, desenharam o referencial e o retângulo, limitando-se, de seguida, a marcar o ponto que era pedido no enunciado.



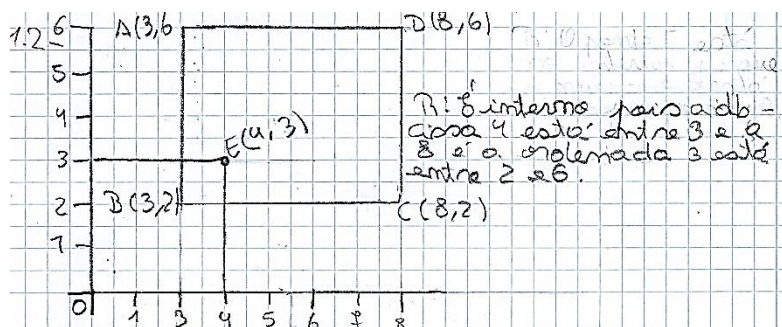


Figura 16: Resolução de um aluno para à alínea 1.2 da tarefa “O Jardim da Francisca”

Na resposta a esta alínea não se pretendia que os alunos desenhassem o referencial, sendo o recurso ao desenho uma estratégia utilizada por alguns dos alunos, apesar de não se considerar correta, por ser pedido que explicassem por palavras. Na resposta que se apresenta como exemplo na Figura 16, o aluno, através do referencial, o aluno escreveu aquilo que se esperava que compreendessem e que passava por perceber que se a abcissa do ponto E é um valor que está compreendido entre a abcissa do ponto B e do ponto C ou do ponto A e do ponto D e, simultaneamente, a ordenada do ponto E está compreendida entre a ordenada do ponto A e do ponto B ou do ponto C e D, então, este ponto tem de, obrigatoriamente, estar contido do interior do retângulo. Houve, contudo, vários alunos que conseguiram explicar que o "ponto" teria de ser desenhado no interior do retângulo sem que para isso tivessem de recorrer ao desenho do referencial mas sim pelo recurso à textualização para explicarem o seu raciocínio e conclusões. A título de exemplo, apresenta-se a resposta textual de um aluno, a esta alínea: *Fica no interior do retângulo porque entre o B e o C tem a abcissa 4, que está entre 3 e 8 e entre A e B tem a ordenada 3 que está entre os valores 2 e 6, por isso está dentro do retângulo.*

Sobre a terceira alínea da tarefa foi possível distinguir dois grupos de alunos, de acordo com as suas respostas. Por um lado, tivemos o grupo dos alunos que não recorreram à área para encontrar diferentes soluções, cingindo-se apenas ao desenho no papel quadriculado e, através das quadrículas, verificaram se as partes eram iguais, conforme a Figura 17. Esta não era a forma de resolução mais apropriada, pois havia formas de dividir o retângulo que só eram possíveis de serem encontradas caso os alunos optassem por calcular a área. Uma outra forma de encontrar as divisões em

partes geometricamente iguais passava pela dobragem do papel ou da relação parte-todo. Contudo, nenhum aluno recorreu a estas estratégias.

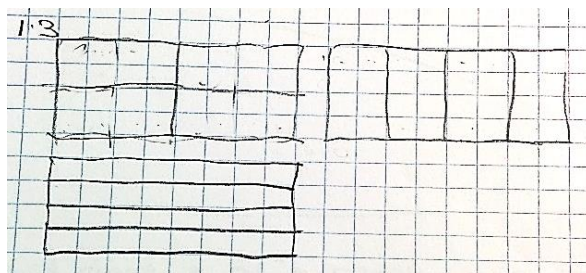


Figura 17: Resolução de um aluno para à alínea 1.3 da tarefa “O Jardim da Francisca”

Por outro lado, temos os alunos que recorreram ao cálculo das áreas para confirmarem as diferentes formas de divisão, como mostra a Figura 18. Através desta estratégia conseguiram encontrar mais soluções, mesmo quando visualmente as partes eram geometricamente diferentes mas, através do cálculo da área, confirmavam que se tratava de figuras equivalentes.

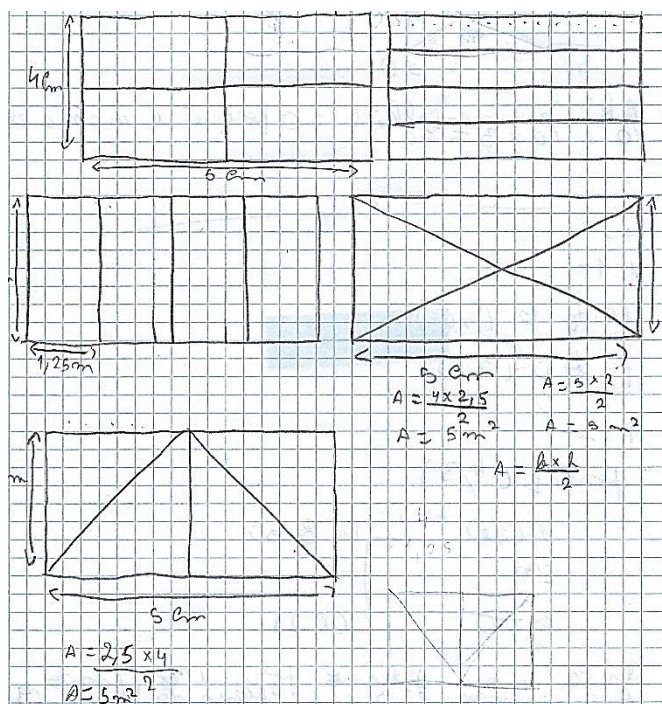


Figura 18: Resolução de um aluno para à alínea 1.3 da tarefa “O Jardim da Francisca”

A tarefa T26: *As Figuras Geométricas*, por implicar a construção de gráficos de barras e tabelas de frequências suscitou o envolvimento e empenho dos alunos, o que

não representou qualquer surpresa dado que, aquando do estudo desta matéria, os alunos manifestaram que gostavam de construir gráficos de barras.

Na primeira parte desta tarefa pedia-se que os alunos observassem as figuras geométricas e as agrupassem, de acordo com algum critério. De início, os alunos sentiram algumas dificuldades por não compreenderem como deveriam formar os grupos. Para fazer face às dificuldades sentidas pelos alunos, foi-lhes dado o apoio necessário explicando-lhes que deveriam olhar para todas as figuras geométricas, procurar as suas semelhanças e que deveriam formar grupos de acordo com essas semelhanças. À exceção de uma aluna, toda a turma dividiu as figuras em três grupos iguais: o grupo dos triângulos, dos círculos e dos quadriláteros. A aluna que optou por outra formação de grupos fê-lo em função dos ângulos internos das figuras geométricas tendo formado, também, três grupos: o grupo das figuras sem ângulos, de três ângulos e de quatro ângulos.

Nesta tarefa, como já se referiu, era pedido que contruissem uma tabela de frequências, nesta era necessário uma coluna para a frequência relativa, e, apesar de os alunos não apresentarem muitas dificuldades nesta tarefa em específico, quando lhes era pedido que colocassem a frequência relativa sob a forma de percentagens, apresentavam dificuldades. Uma vez que nesta tarefa era pedido que a representassem sob a forma de fração irredutível, e não sob a forma de percentagem, as dificuldades não foram evidentes e não se verificaram muitos erros na tarefa, excetuando algumas falhas por distração, como foi o caso de alguns que, em vez de contabilizarem dezasseis figuras, contabilizaram quinze.

A construção de gráficos de barras foi uma atividade muito apreciada pelos alunos. A partir do momento em que constatarem que os iam elaborar, envolveram-se logo na atividade, perguntando se podiam utilizar cores diferentes, por forma a embelezar a apresentação do gráfico. Apesar da motivação dos alunos e da simplicidade da atividade, registaram-se algumas anomalias, tais como a não colocação de legenda nos eixos ou inexistência de um título para o gráfico, a falta de uniformidade na largura das barras, apesar de o papel utilizado ser quadriculado, como mostram as Figuras 19 e 20.

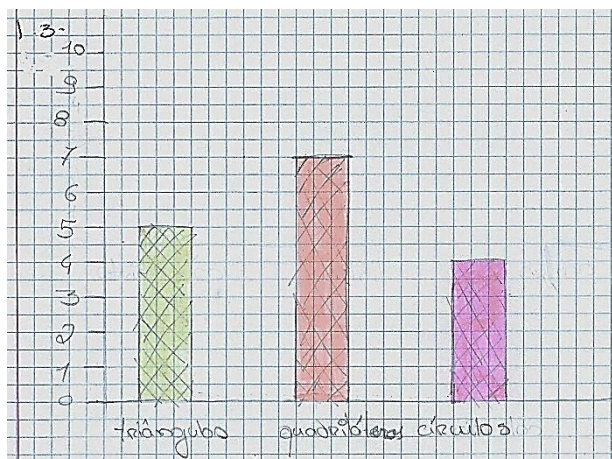


Figura 19: Gráfico de barras da tarefa “As Figuras Geométricas”

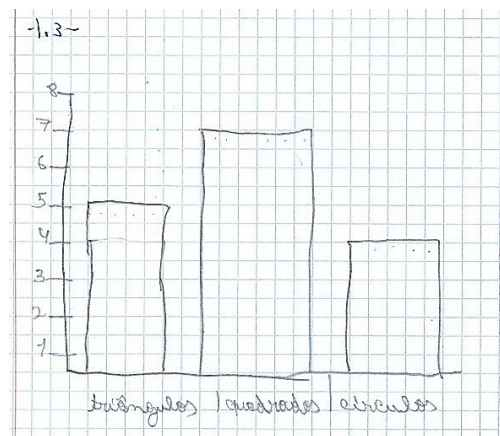


Figura 20: Gráfico de barras da tarefa “As Figuras Geométricas”

Como se pode verificar pelos exemplos das Figuras 19 e 20, os alunos que elaboraram estes gráficos não colocaram nem a legenda dos eixos nem o título do gráfico, apesar de colocarem legenda nos especificadores (barras). No primeiro caso é notório um maior cuidado por parte da aluna, que recorreu ao uso da régua na construção do gráfico, tendo o cuidado de construir todas as barras com a mesma largura e espaçando-as igualmente. No segundo caso, não é visível o mesmo cuidado, e, como se verifica, as três barras apresentam larguras diferentes, apesar de o aluno ter ao seu dispor papel quadriculado, que poderia facilitar a construção. É possível verificar que um aluno não indicou a origem dos eixos, sendo este um erro cometido por todos os alunos da turma. Um erro que não é visível nas figuras apresentadas mas que se verificou em alguns alunos da turma, relaciona-se com o facto de não espaçarem as barras de forma uniforme.

Na última alínea desta tarefa pedia-se aos alunos que indicassem a moda das figuras geométricas. Todos responderam corretamente à questão, no entanto, alguns, não identificaram as variáveis que tinham escolhido na tabela de frequências ou no gráfico de barras, por exemplo, quando fizeram a divisão optaram por três grupos – círculos, quadriláteros e triângulos – mas quando indicaram a moda, referiram que esta era as “figuras com quatro lados”, apontando um nome diferente daquele que fora definido como variável.

### 1.3 Relação da turma com as tarefas

No final da regência, foi aplicado um outro questionário e, partindo da sua análise foi possível perceber que a maior parte dos alunos preferiu trabalhar com os gráficos de barras. O questionário permitiu também extrair conclusões sobre os conteúdos que os alunos menos apreciaram. Da sua análise concluiu-se, sem margem para qualquer dúvida, que o conteúdo menos apreciado foi a média. Ponderadas as razões para tal constatação, pode-se inferir, baseado no desempenho nas tarefas que envolveram este conceito que, por serem mais exigentes, com as quais não estavam habituados a trabalhar, acabou por suscitar neles dúvidas e dificuldades.

Houve, ainda, o interesse em identificar qual a visão que cada aluno tinha sobre a OTD, pelo que muitos indicaram que esta é “o que nos ajuda a organizar os dados de uma forma diferente”, “uma forma de simplificar”, “é conhecermos diferentes formas de analisar os dados”. Para além desta visão sobre a OTD, os alunos também indicaram que este tema era “mais fácil” e mais “simples e divertido” do que o que fora trabalhado anteriormente – Números racionais não negativos. Foi ainda pedido a todos os alunos que indicassem uma, ou mais, tarefas de que gostaram mais e, caso houvesse, aquela, ou aquelas, que menos gostaram. Relativamente àquela que mais gostaram, foi unanime a escolha pela tarefa introdutória “A cor dos olhos dos alunos”, na qual foi feito um levantamento da cor dos olhos dos alunos do 5º C e, em conjunto, construída uma tabela de frequências e um gráfico de barras, abordando estes conteúdos e explicando as suas regras de construção, à medida que, em conjunto, iam sendo elaborados. Outras duas tarefas que os alunos também indicaram como as que mais gostaram foram “No Laboratório” e “As idades dos três Irmãos”, indicando que estas tarefas eram diferentes das que estavam habituados a realizar. Relativamente à tarefa que menos gostaram, apenas dois alunos responderam, indicando “Os testes da Beatriz”.

Na disciplina de Matemática, contudo, verificaram-se situações em que estes apresentavam maiores dificuldades que os impediam de realizar, ou realizar corretamente ou integralmente as tarefas que lhes eram propostas. Entre estas dificuldades podemos destacar a falta de vocabulário e a incapacidade de interpretar um enunciado, originando a reação “não estou a perceber o que é pedido”, que se ouvia muitas vezes na sala de aula. Nesta disciplina foi, também, possível observar que os

alunos apresentavam dificuldade em conteúdos que não estavam diretamente relacionados com os de OTD, mas que era necessário mobilizar para realizar as tarefas propostas, tais como o cálculo de percentagens, o trabalho com frações e o conhecimento de diferentes estratégias de resolução de problemas.

Apesar das dificuldades descritas e sentidas, os alunos, na sua generalidade, apreciaram o trabalho realizado como o demonstram numa das entrevistas, onde referem que “nas aulas de matemática fizemos tarefas diferentes e mais engraçadas, antes fazíamos apenas os exercícios que estão no livro (...) nas outras aulas liamos mais o que estava no livro”. Foi notório que os alunos melhoraram em alguns aspetos, nomeadamente na resolução de problemas desafiantes, havendo a necessidade de dar continuidade a este trabalho.

## 2. A Ana

### 2.1 A Ana como aluna

A Ana é uma aluna que apresenta algumas dificuldades em muitas das disciplinas, mais acentuadas no que respeita às áreas de Matemática, Português e História e Geografia de Portugal. Apesar das suas dificuldades, é uma aluna participativa, o que mostra a sua perseverança em aprender e esforço em melhorar o seu desempenho. Não obstante as dificuldades que apresenta, a Ana gosta de aprender sendo das alunas mais empenhadas na turma. Este empenho pode ser atestado não só pela sua atitude na sala de aula, mas também fora dela. É uma aluna que nunca deixa os trabalhos de casa por fazer, confidenciando à professora que *“faço sempre os trabalhos de casa no dia em que são marcados, porque assim não corro o risco de me esquecer. Se na segunda as professoras marcaram trabalhos de casa, então eu faço-os na segunda quando chego a casa”*. Dentre as qualidades desta aluna, destaca-se a sua persistência. É inegável o esforço da Ana e apraz registar que se trata de uma aluna que não desiste à primeira dificuldade nem desanima quando erra ou quando o professor lhe diz que tem de melhorar ou tentar de novo. Esta aluna tem muito cuidado com os materiais e brio na apresentação dos seus trabalhos em todas as disciplinas, evitando apresentar trabalhos rasurados ou em mau estado de conservação.

Convém salguardar que a Ana é muito sociável, respeita todos os colegas e professores e é apologista dos trabalhos de grupo, pois gosta de trocar ideias com os colegas, apresentando trabalhos interessantes quando trabalha deste modo.

Em relação à disciplina de Matemática, a Ana apresenta algumas dificuldades a vários níveis, nomeadamente no que respeita a resolução de problemas, sempre que é necessário encontrar uma estratégia para o resolver, e na comunicação matemática, não utilizando a terminologia correta. Além disso, os tópicos que esta indicou como os que menos gosta e sente mais dificuldades são: Números racionais não negativos e Perímetros e Áreas. A aluna descreve a sua relação com a matemática de uma forma muito peculiar: *eu gosto de matemática, eu só acho que algumas matérias são um bocadinho difíceis e eu tenho mais dificuldades e tenho de estudar muito mais*. A descrição da aluna vai ao encontro do que já se referiu sobre a sua personalidade, ou seja, trata-se de uma aluna determinada em melhorar e não apresenta uma atitude derrotista perante as dificuldades.

A aluna refere, também, que gosta de realizar as tarefas para as quais é necessária a utilização de materiais diferentes: materiais manipuláveis, régua, calculadora, entre outros.

A Ana, apesar de toda a sua perseverança, confidenciou à professora que leva o estudo mais a sério quando há testes para realizar, ou seja, até à data dos testes, o estudo diário da Ana resumia-se à realização dos trabalhos de casa o que é insuficiente, podendo ser uma das razões para ela não conseguir um melhor aproveitamento escolar.

## **2.2 A Ana e a sua experiência Matemática**

Depois de conhecer a Ana como aluna pretende-se analisar, na secção seguinte, o seu desempenho nas tarefas que foram resolvidas ao longo da abordagem do tema de OTD, relevando as dificuldades que a aluna sentiu e que podem ser compreendidas através das resoluções de tarefas, nas respostas às entrevistas semiestruturadas semanais e na forma como descreve as tarefas e o seu raciocínio.

Constatou-se que as maiores dificuldades da Ana residiam na compreensão dos enunciados das tarefas apresentadas, motivadas, em grande parte, pelas dificuldades da aluna na disciplina de Português. No entanto, procurava sempre realizar a tarefa



autonomamente e, só quando se apercebia que não era capaz de a realizar é que pedia auxílio à professora ou ao colega de lado, que era um bom aluno.

### T7: No Laboratório

A Ana, quando questionada, referiu que, entre as tarefas que mais gostou, se encontrava a tarefa "das moscas e das aranhas", que será agora analisada.

Apesar de se tratar da tarefa que mais gostou, a aluna não foi capaz de a realizar integralmente, resolvendo, autonomamente, apenas a primeira alínea. Não obstante, a aluna evidenciou persistência e força de vontade quando referiu que tentou resolver a tarefa de várias formas, mas sempre sem sucesso.

Relativamente à primeira alínea, a aluna não sentiu dificuldades tendo até optado por uma representação que não foi usual no universo da turma, sendo a única a optar pela representação sob a forma de desenho/esquema, conforme mostra a Figura 21.

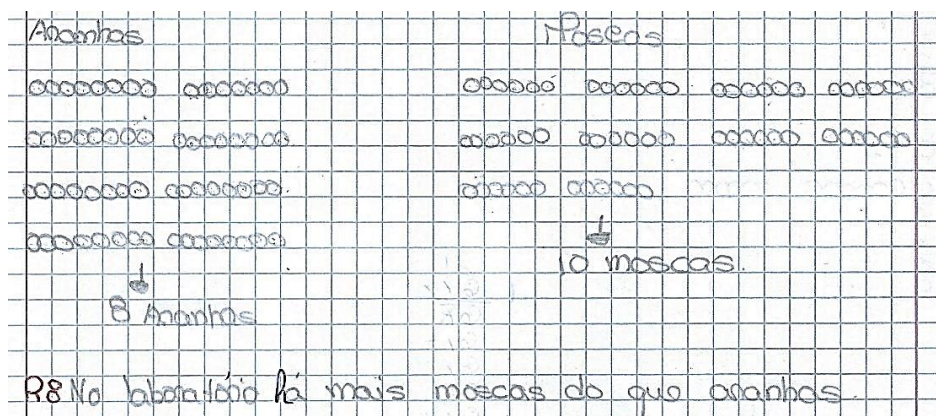


Figura 21: Resolução da Ana à alínea 1.1 da tarefa “No Laboratório”

Como se verifica, o raciocínio da Ana passou por agrupar as patas que estavam indicadas no gráfico em grupos de oito, para as aranhas, ou em grupos de seis, quando se queria referir às moscas, até perfazer o total de patas indicado no gráfico. Nos níveis de compreensão dos gráficos referidos por Friel, Curcio e Bright (1997, citados em Monteiro & Ainley, 2003), era esperado que a aluna se enquadrasse no nível 2, *ler entre os dados*, havendo a necessidade de interpretar os dados e a forma como estes estão nos gráficos, comparando quantidades diferentes.



Esta alínea exigia dos alunos um *raciocínio sobre representação de dados*, no pressuposto de que deveriam ter a capacidade de “ler” corretamente os dados apresentados no gráfico. No entanto, no que reporta à Ana, a aluna refere que no início não interpretou corretamente o gráfico, tal como o diz na sua entrevista, cujo excerto a seguir se transcreve:

**Ana:** Quando comecei não tinha visto que aquilo eram as patas dos animais, pensei que já era o animal completo. E como estava ali o 64 e o 60, pensei, devem ser as aranhas, porque há 64. Depois olhei melhor, porque pensei que a professora não ia por uma coisa tão fácil, e vi melhor, dizia “número de patas”. Depois perguntei a mim própria “Quantas patas tem uma aranha e quantas patas tem uma mosca?”, e comecei a fazer o desenho. (ES1)

Relativamente à segunda alínea, a aluna apresentou mais dificuldades, não sendo capaz de a realizar autonomamente. Para evidenciar as dificuldades sentidas pela aluna em formar um raciocínio, transcreve-se, de seguida, um curto excerto do diálogo resultante da entrevista.

**Investigadora:** A alínea 1.2 conseguiste fazer sozinha?

**Ana:** Não! Essa tive mesmo de ver pelo quadro. Não consegui fazer essa sozinha.

**Investigadora:** O que é que achaste que foi mais difícil? Que te impediu de realizar a tarefa.

**Ana:** O que eu achei mais difícil foi interpretar as duas “rodinhas” [condições]. Sempre que tentava não conseguia. Às vezes perguntava ao V. se estava direito e ele dizia que eu tinha de ler melhor, que não estava a fazer o que se pedia.

**Investigadora:** Nas condições, a primeira era “no total perfazem 60 patas”, sabes o que isso significa?

**Ana:** Eu não sabia, mas pela frase consegui perceber. Depois tentei encontrar uma estratégia, li muitas vezes mas não consegui perceber como fazer. Eu tenho muitas dificuldades nisso. Perguntei ao V. e ele disse que tinha de fazer o triplo, mas eu não percebi como é que fazia o triplo. Depois o J. foi ao quadro explicar eu percebi o que é que a segunda condição significava, até lá não tinha percebido.

**Investigadora:** Se tivesses de indicar uma dificuldade nesta alínea, qual seria?

**Ana:** A interpretação. Não percebi o que queriam dizer as condições e como não percebi não sabia como fazer. Depois de me explicarem o que devo fazer, eu consigo. (ES1)

Como se pode concluir, a aluna não foi capaz de compreender o que estava expresso nas condições impostas pelo enunciado, não sendo capaz de passar o que estava expresso para linguagem simbólica, para uma expressão numérica, e não foi

capaz de encontrar uma estratégia adequada, o que a impediu de realizar a tarefa integralmente.

### T11: O Peso do Francisco

No que respeita o desempenho global da aluna na tarefa, esta realizou-a autónoma e rapidamente. Esta tarefa implicava um raciocínio *sobre representação de dados*, uma vez que, além de indicar as diferenças entre os dois gráficos, deveria ser capaz de ler os dados expressos no gráfico. No que respeita os níveis de compreensão dos gráficos, a tarefa exigia que a aluna conseguisse alcançar o *nível 2: ler entre os dados*, uma vez que era esperado que a aluna interpretasse os dados e a forma como se integram no gráfico. Apesar de a realizar de forma autónoma, não a realizou corretamente, como é visível na Figura 22.

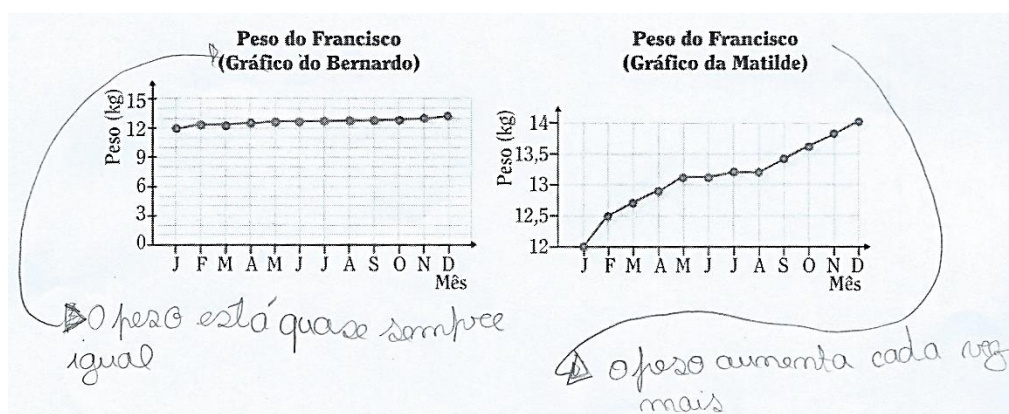


Figura 22: Resolução da Ana à tarefa “O Peso de Francisco”

Da análise à resposta incorreta da Ana conclui-se que a aluna não leu os dados apresentados no gráfico não sendo, por isso, capaz de mobilizar um raciocínio que lhe permitisse realizar, corretamente, a tarefa.

No diálogo que estabeleceu com a investigadora, aquando da entrevista, a aluna refere que só depois de ser feita a correção, em grande grupo, é que se apercebeu que ambos os gráficos representavam os mesmos dados.

**Investigadora:** Achaste esta tarefa difícil?

**Ana:** Eu tinha mal a minha resposta. Quando li pensei que era para dizer a diferença nisto [apontou para a linha do gráfico] e vi que uma estava sempre a subir e no outro não, e pensei que essa era a diferença. Depois é que vi que era o mesmo peso e que por ter uma escala diferente não parecia o mesmo. (ES1)

Na entrevista a Ana demonstrou o que fora explícito pela sua resposta, não interpretou o gráfico corretamente, baseando-se apenas na linha do gráfico, notando-se que a aluna não teve a preocupação de ver o peso que estava assinalado em cada mês.

#### *T17: Os testes da Beatriz*

Esta tarefa era composta por três alíneas. A resolução da primeira alínea obrigava a que houvesse um conhecimento processual da média. A Ana demonstrou esse conhecimento, mostrando-se capaz de resolver a alínea sem dificuldades, conseguindo chegar ao resultado pretendido, como se pode verificar Figura 23, apesar de revelar algumas imprecisões na escrita das expressões numéricas.

$$1.1. \quad 60\% + 50\% + 68\% = \frac{180\%}{3} = 60\%$$

$$\begin{array}{r} 60\% \\ 50\% \\ + 68\% \\ \hline 180\% \end{array}$$

Figura 23: Resolução da Ana à alínea 1.1 da tarefa “Os testes da Beatriz”

A aluna não separou as expressões aritméticas, igualando quantidade que não são iguais, sendo uma possível explicação a rapidez com que queria terminar a tarefa ou, uma explicação mais preocupante, não ter adquirido completamente o significado da igualdade. A Ana foi capaz de apresentar um conhecimento processual da média, mas errou na sua representação. Este erro na representação algébrica era bastante comum na aluna, e na turma, que não raras as vezes o cometia. Na entrevista semanal, a aluna indicou que não sentiu dificuldades e que a pergunta da alínea era bastante direta e fácil.

Contrariamente ao que aconteceu com a primeira alínea, as duas seguintes revelaram-se um desafio. A Ana não conseguiu resolver as demais alíneas da tarefa apontando as dificuldades sentidas aquando da entrevista semanal, conforme mostra o excerto que se seguem:

**Investigadora:** A alínea 1.2 conseguiste fazer?

**Ana:** Não, essa não consegui fazer. Nem a 1.3.

**Investigadora:** O que é que não conseguiste perceber, primeiro, na 1.2?

**Ana:** Eu não percebi muito bem o que a pergunta queria. Eu percebi que ela só ia realizar mais um teste, mas não percebi como é que ia descobrir a média máxima, não percebi como é que ela podia tê-la.

**Investigadora:** Mas percebeste o que é a média máxima?

**Ana:** Não, mas perguntei ao V. e eles disse q era a maior média que ela podia ter, mas, mesmo assim, não soube como é que, realizando um teste, ela podia ter essa média. (ES2)

A resolução da alínea 1.2 pressupunha um conhecimento concetual da média, que a Ana revelou ser incapaz de mobilizar, não sendo capaz de compreender que classificação deveria obter no último teste para, deste modo, obter a média máxima.

Na alínea 1.3 as dificuldades continuaram e a Ana não foi capaz de encontrar uma estratégia adequada para chegar à solução, o que era esperado, uma vez que, se não foi capaz de resolver a alínea 1.2 também não seria capaz de realizar a 1.3, por exigir um conhecimento semelhante. Na entrevista, a aluna enunciou as suas dificuldades:

**Investigadora:** E na alínea 1.3, o que é que achaste difícil?

**Ana:** Esta achei que era mais difícil, porque dizia que iam tirar o teste com a pior nota. Eu tentei tirar o 52, e depois dividir por dois. Mas o V. disse que não estava a ver bem o que dizia na pergunta, que não era assim.

**Investigadora:** Se tivesses de apontar a principal dificuldade que sentiste na tarefa, qual seria?

**Ana:** Perceber como devia fazer, qual a estratégia que devia usar. Na 1.3 era pedido a média mínima, e eu achei mais difícil perceber o que era e como é que a podia encontrar. Depois o JP explicou no quadro como devíamos fazer, e eu percebi melhor. Mas não achei que esta era muito fácil porque tínhamos de pensar em muitas coisas. (ES2)

Nesta tarefa era necessário mobilizar um conhecimento processual e concetual da média. Se no primeiro a Ana não apresentou dificuldades e foi capaz de o aplicar sem erros, apesar de errar nas expressões numéricas, no que respeita ao conhecimento concetual, a Ana revela bastantes dificuldades, e mostrou que só era capaz de aplicar a média em situações simples e diretas.

### *T18: As turmas da professora Helena*

Esta tarefa envolvia dois tópicos distintos do currículo: os gráficos de barras e as medidas de posição central, moda e média. A Ana referiu que achou a tarefa engraçada devido a este fator. Apesar de na fase inicial ter sentido algumas dificuldades, graças à

sua persistência, foi capaz de realizar, autônoma e integralmente, a tarefa. Nesta tarefa estavam implícitos dois tipos de raciocínios: sobre representação de dados e sobre medidas estatísticas. No que respeita ao nível de compreensão dos gráficos, a aluna deveria atingir o nível 1: ler os dados, ou seja, a capacidade de extrair informação explícita no gráfico.

A aluna foi capaz de mobilizar os conhecimentos necessários e resolver a tarefa, encontrando a solução correta.

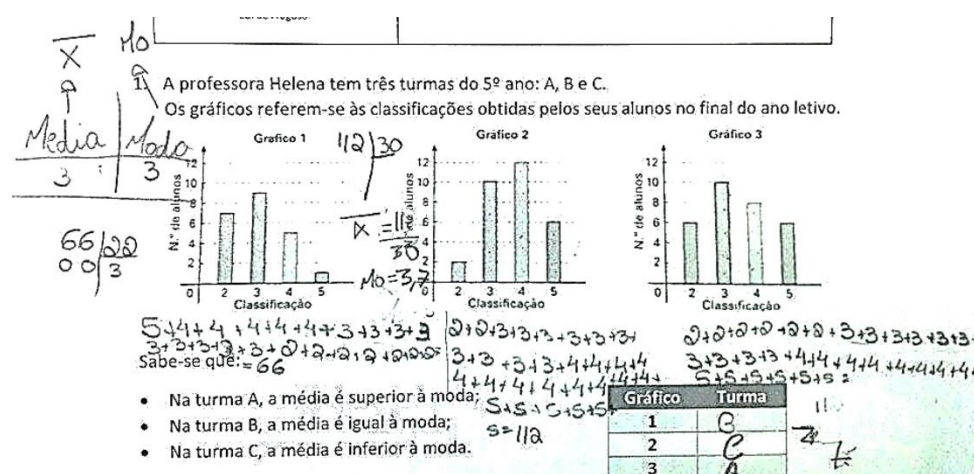


Figura 24: Resolução da Ana à tarefa “As Turmas da Professora Helena”

Como se pode verificar na Figura 24, a aluna foi capaz de perceber como é que, partindo do gráfico, poderia chegar à média. Contudo, não procedeu do modo mais direto e correto, ou seja, seria direto optar pela multiplicação do número de alunos pela classificação e não pela soma individual das classificações. O risco deste procedimento era que o eventual esquecimento de algum número induziria a aluna em erro, colocando, assim, em causa o resultado final.

Na entrevista semanal, a aluna referiu que era bastante acessível a indicação da moda a partir do gráfico, uma vez que apenas implicava “*ver qual é a barra mais alta*”. No que respeita as dificuldades sentidas na tarefa a aluna referiu que:

**Ana:** Às vezes, calcular a média a partir do gráfico pode ser difícil, porque temos de ver bem o que está representado. Eu não senti muitas dificuldades, mas no início tive de pensar bem como é que ia chegar à média. Depois lembrei-me de uma que já tínhamos feito quando aprendemos a média, que era parecida e consegui fazer sozinha.

**Investigadora:** Achas que é mais difícil calcular a média a partir do gráfico ou se tivesses os dados todos no quadro?

**Ana:** No gráfico. Porque no gráfico temos de estar preocupados a ver quantas vezes é que o número de repete. Se estiverem todos direitinhos no quadro é mais fácil, porque só temos de ver, somar e depois contar quantos são para dividir.

**Investigadora:** Mas achas que no gráfico não estão organizados?

**Ana:** No gráfico também estão organizados, mas para calcular a média temos de ver quantas vezes é que se repete e depois somar o número de alunos para dividirmos. Se estiverem no quadro é só contar quantos número há e dividir. (ES2)

Como se depreende da entrevista, a Ana foi capaz de resolver a tarefa de forma autónoma e não apresentou dificuldades que a impedissem de chegar ao resultado.

### *T21: A idade dos três irmãos*

Este tipo tarefa, talvez por não ser usual ver-se nas aulas de matemática, foi indicado pela Ana como sendo das mais "engraçadas". Na sua entrevista semanal, quando questionada a propósito desta tarefa, a aluna referiu que apesar de não ser capaz de a realizar, gostou dela "porque foi diferente e obrigou-me a puxar muito pela cabeça".

A resolução desta tarefa obrigava a um conhecimento concetual da média e a Ana, mais uma vez, não foi capaz de o mobilizar, apesar da sua persistência, não conseguiu realizar a tarefa antes de esta ser corrigida em grande grupo.

Na entrevista semanal a aluna apontou algumas dificuldades que a impediram de realizar a tarefa, como se pode verificar no excerto da entrevista:

**Investigadora:** Quando leste a tarefa qual foi a primeira dificuldade que sentiste?

**Ana:** A primeira coisa que eu pensei foi “*Como é que eu vou resolver?*”, porque pensei que ia ter a idade de um deles, e depois não tinha, só tinha a média. E eu não percebi como é que ia chegar às idades a partir do 10. Andei sempre às voltas e li o enunciado muitas vezes, mas nunca consegui. Depois ouvi a professora a explicar ao A. para pensar como é que aplicávamos a fórmula da média percebi um bocadinho melhor, sabia que a soma tinha de dar trinta, porque trinta a dividir por três dá dez. Mas depois não consegui avançar. Só consegui perceber quando explicaram no quadro. (ES3)

Conforme se depreende da leitura do excerto de entrevista, a Ana não conseguiu mobilizar o conhecimento concetual da média o que, aliado à dificuldade da aluna na

interpretação do enunciado e de encontrar uma estratégia de resolução correta, a impediu de realizar a tarefa apresentada.

*T25: O Jardim da Francisca*

A Ana foi capaz de realizar esta tarefa de forma autónoma e sem recorrer à ajuda da professora. Indicou que gostou bastante da tarefa porque foi diferente das que estavam no manual e permitia “fazer desenhos”.

A tarefa era constituída por três alíneas. Pela observação da Figura 25, verifica-se que a aluna foi capaz de encontrar a resposta correta para a alínea 1.1, contudo, não representou corretamente as coordenadas dos pontos, como comprova a Figura 25.

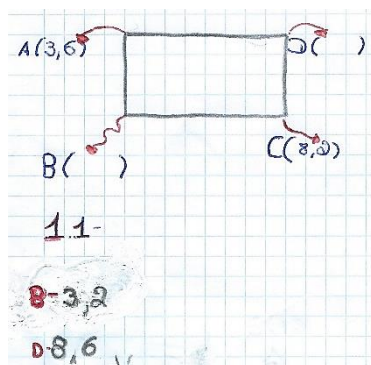


Figura 25: Resolução da Ana à alínea 1.1 da tarefa “O Jardim da Francisca”

Na entrevista, refere que inicialmente se confundiu, conforme mostra o excerto que se segue:

**Ana:** No início troquei as abcissas com as ordenadas e, sem o referencial desenhado foi mais difícil chegar à resposta. Mas depois vi melhor e consegui fazer sozinha. Perguntei ao V. e ele disse q estava certo.

**Investigadora:** Achas mais difícil sem o referencial porquê?

**Ana:** Como os números não estão lá temos de os imaginar, e às vezes isso pode confundir. (ES4)

Na alínea 1.2 desta tarefa, a Ana mostrou-se mais insegura, por não compreender o procedimento que deveria tomar para resolver a questão, conforme confidenciou na entrevista em que disse que inicialmente não estava a interpretar o enunciado, mas que depois de ler com atenção acabou por perceber o que era pedido e conseguiu chegar à resposta sem obstáculos.

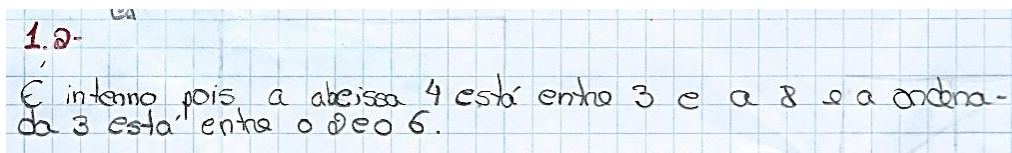


Figura 26: Resolução da Ana à alínea 1.2 da tarefa “O Jardim da Francisca”

Pela observação da Figura 26, que espelha a resposta da aluna a esta alínea, consegue-se perceber que ela foi capaz de dar a resposta que se pretendia, ou seja, imaginar o referencial para concluir se o ponto estava marcado no interior ou no exterior do retângulo. Para chegar a tal conclusão, a aluna não teve a necessidade de representar o referencial e desenhar o retângulo.

Na alínea 1.3 a Ana não recorreu ao cálculo da área para dividir ou confirmar as suas opções. Limitou-se, apenas, à divisão em quatro partes geometricamente iguais e que não implicava saber o comprimento de cada lado para verificar se as partes seria iguais, como se pode verificar pela Figura 27.

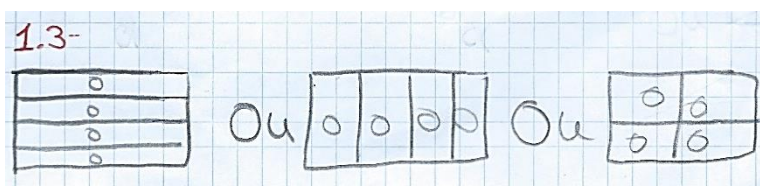


Figura 27: Resolução da Ana à alínea 1.2 da tarefa “O Jardim da Francisca”

A Ana não teve o cuidado de colocar o comprimento dos lados do retângulo ou as medidas das partes que formou. Pelas divisões que fez é possível verificar que as partes são todas iguais, uma vez que, no primeiro retângulo a Ana dividiu a altura do retângulo em quatro partes iguais, o que lhe permitiu obter quatro retângulos mais pequenos, com a mesma altura e o mesmo comprimento. Na segunda imagem, a Ana dividiu o comprimento do retângulo em quatro partes iguais, para obter quatro retângulos com a mesma altura e o mesmo comprimento, formando quatro partes iguais. Quanto ao terceiro retângulo da figura, a Ana dividiu o seu comprimento e altura



formando, mais uma vez, quatro retângulos iguais. A Ana apenas conseguiu encontrar três formas diferentes de divisão, no entanto, caso tivesse percebido que poderia recorrer à área para dividir a figura conseguia encontrar mais formas.

Na entrevista, aquando da análise desta tarefa, a aluna referiu que não sentiu dificuldades na resolução da alínea 1.3 sendo que só se apercebeu de que poderia ter optado pelo cálculo da área, depois de ter visto a correção no quadro, caso contrário não teria chegado a essa conclusão.

### *T26: As Figuras geométricas*

À semelhança do que aconteceu com a tarefa anterior a Ana foi capaz de a concluir de forma independente e com agrado, por permitir que elaborassem um gráfico de barras e uma tabela de frequências. Esta tarefa era composta por quatro alíneas e a Ana foi capaz de resolver todas.

Na primeira alínea a aluna, inicialmente, não dividiu as figuras da forma correta, dividindo em três grupos: triângulos, círculos e quadrados. No entanto, ao verificar que havia figuras que não se encaixavam no grupo, como era o caso dos trapézios, retificou o seu procedimento para a forma de agrupamento correta, como se pode verificar na Figura 28. Esta figura e o excerto de entrevista da Ana, que se segue, retratam bem os procedimentos da aluna na procura da solução para a primeira alínea desta tarefa.

**Investigadora:** Que dificuldades que sentiste na primeira alínea?

**Ana:** Eu consegui fazer, mas no início não foi muito fácil. Primeiro eu não fiz os grupos corretos, e depois vi que havia figuras que não iam para nenhum, e fiz outra vez. Não me lembrava como é que se chamavam as figuras com quatro lados, mas perguntei ao V. e ele disse-me. Depois consegui fazer sozinha. (ES4)

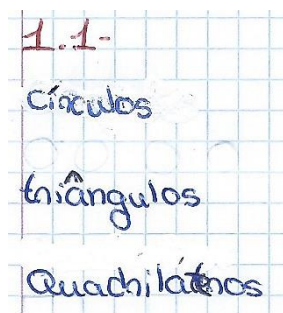


Figura 28: Resolução da Ana à alínea 1.1 da tarefa “As Figuras Geométricas”

Relativamente à segunda alínea desta tarefa, a construção de uma tabela de frequências, a Ana apresentou algumas incorreções, não por não ser capaz de construir corretamente a tabela mas por distração. A incorreção cometida pela aluna está na contagem das figuras, mais concretamente, na contagem dos quadriláteros cujo total era de sete, tendo a Ana contado seis. Esta incorreção repercutiu-se na contagem total das figuras. Na tarefa estavam apresentadas dezasseis tendo a aluna referido apenas quinze, conforme se pode observar na Figura 29.

Figuras	Contagem	Frequência absoluta	Frequência relativo
Círculos		4	$\frac{4}{15}$
Triângulos		5	$\frac{5}{15}$
Quadriláteros		6	$\frac{6}{15}$
total	15	15	$\frac{15}{15} = 1$

Figura 29: Tabela de Frequências para a alínea 1.2 da tarefa “As Figuras Geométricas”

Um outro erro está relacionado com a fração irredutível, era pedido no enunciado que a frequência relativa fosse colocada sob esta forma, o que a aluna não cumpriu. No entanto, pode dizer-se que, apesar dos erros de distração, a aluna elaborou a tarefa corretamente, apontando que, uma vez que a frequência relativa deveria ficar sob a forma de fração irredutível não levava a tantas dúvidas como se fosse pedido que esta ficasse sob a forma de percentagem.

**Investigadora:** O que achas mais difícil na tabela de frequências?

**Ana:** Fazer a frequência relativa, porque temos de fazer mais contas, principalmente quando temos de pôr em percentagem, eu baralho-me mais. (ES4)

A alínea 1.3 desta tarefa pedia aos alunos que, tendo por base os dados da tabela, construíssem um gráfico de barras, contudo a Ana apresentou um erro, que é apontada de seguida.

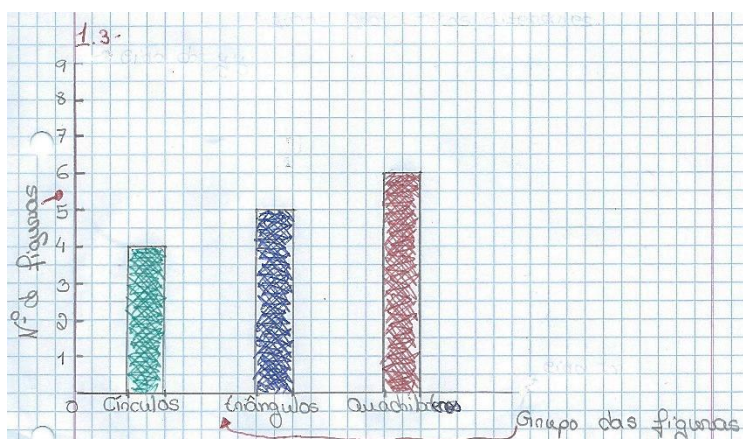


Figura 30: Gráfico de barras da Ana para a alínea 1.3 da tarefa “As Figuras Geométricas”

Uma vez que a Ana não contabilizou as figuras corretamente aquando da elaboração da tabela, manteve o erro na construção do gráfico. Ao contrário do que foi comum na turma, a Ana legendou os eixos e indicou a origem do referencial, teve o cuidado de construir todas as barras com a mesma espessura e separou-as igualmente. A única falha apontada nos constituintes do gráfico foi a escolha do título, uma vez que a aluna não intitulou o gráfico.

Na entrevista a aluna refere que se sente bastante agradada quando constrói gráficos de barras e que considera mais fácil realizar uma tarefa se for ela a construir o gráfico.

**Investigadora:** Gostas mais de construir ou interpretar os gráficos?

**Ana:** Eu gosto de construir gráficos, porque ao construir estamos a organizar os dados para depois responder a perguntas. E quando temos a tabela ao lado é mais fácil.

**Investigadora:** Por que é que não gostas de interpretar?

**Ana:** Quando nós construímos já sabemos com organizamos os dados e já sabemos o que queremos. Ao interpretar, os dados já estão organizados e não sabemos como é que a pessoa pensou para os organizar ou o que queria. Por isso interpretar é um bocadinho mais difícil, não estamos dentro da cabeça da pessoa. (ES4)

Provavelmente, a posição da Ana justifica-se com o facto de as tarefas que obrigavam à interpretação dos dados serem mais complexas do que aquelas que pediam a sua construção, daí a sua opinião.

Na alínea 1.4 desta tarefa, pedia-se aos alunos que indicassem a moda das figuras geométricas. No que reporta à Ana, indicou-a corretamente. Em diálogo com a

investigadora comunicou que este conteúdo, por não envolver cálculos, foi dos mais fáceis que aprendeu.

### 3. O Luís

#### 3.1 O Luís como aluno

O Luís é um dos alunos da turma com melhor aproveitamento escolar e tem consciência disso, o que, muitas vezes, faz com que não se aplique tanto como devia. Está envolvido em diversas atividades extra escolares, incluindo a de jogador de futebol na equipa local, que lhe consome muito do seu tempo, nomeadamente ao fim de semana, quando tem jogos. O Luís nem sempre realizava os trabalhos de casa e quando os realizava não denotavam brio, contrariamente ao que acontecia com a Ana. Em termos de sociabilidade pode-se considerar que o Luís tem uma boa relação com os demais alunos, apesar de se mostrar algo reticente quando realizava trabalhos com determinados elementos da turma, talvez por não serem do seu círculo mais chegado de amigos. Apesar de serem inequívocas as capacidades e potencialidades deste aluno, não é menos verdade que o seu desleixo com o estudo poderá ter implicações muito negativas no seu aproveitamento escolar. Nunca foi considerado um elemento perturbador do normal funcionamento das aulas, no entanto, em algumas ocasiões, tecia comentários menos oportunos, dependendo muito da disciplina em que se encontrava. Por vezes, nas aulas, tinha alguma dificuldade em manter-se concentrado, especialmente quando terminava as suas atividades antes dos colegas, pelo que havia necessidade de mantê-lo sempre em atividade e apresentar atividades motivadoras. À parte este aspeto, o Luís é um aluno que gostava bastante de participar na aula e pedia, constantemente, para responder às questões e ir ao quadro.

Quanto à relação do aluno com a matemática, o própria diz que *“é boa, não é a [disciplina] favorita, mas eu gosto, principalmente dos problemas que nos obrigam a pensar”*. Contudo, tal com a Ana, também o Luís tem conteúdos que considera mais e menos difíceis, sendo os mais difíceis os relacionados com os números racionais não negativos e os mais fáceis, aqueles de que mais gosta, relacionados com a geometria, em particular os perímetros, áreas e figuras no plano. Nas aulas de matemática gostava bastante de trabalhar com materiais diferentes e resolver problemas, sendo da opinião

que a melhor forma de aprender matemática é, segundo as suas palavras, *“perceber bem a explicação da professora e depois treinar, resolvendo problemas”*.

O Luís é capaz de fazer a transposição do seu raciocínio para uma expressão matemática, capacidade que não é atingida por todos os alunos, e que contribui para o seu sucesso na disciplina.

Apesar de ser um bom comunicador, e em sala de aula ser um dos alunos que melhor expressava o seu pensamento/raciocínio. Na primeira entrevista foi notório que o Luís se encontrava inibido, sendo bastante direto nas respostas e repetindo, várias vezes *“não sei explicar porquê”*. À medida que foi adquirindo confiança e se foi familiarizando com o trabalho, conseguiu dominar a ansiedade, não se deixando intimidar pela presença da câmara no decurso das restantes entrevistas.

### 3.2 O Luís e a sua experiência Matemática

Descrito o perfil do Luís como aluno, pretende-se agora analisar o seu desempenho nas tarefas que foram apresentadas ao longo da abordagem do tema de OTD, destacando as dificuldades que sentiu, identificadas nas resoluções das tarefas assim como nas respostas das entrevistas semiestruturadas semanais.

#### *T7: No laboratório*

Como aconteceu com a Ana, o Luís, na entrevista semanal, refere que *“gostei de todas as tarefas que fizemos esta semana, mas se tenho de escolher, a que gostei mais foi a das aranhas, porque me obrigou a pensar e a experimentar várias hipóteses, e as que gostei menos foram as do referencial, porque eram mais diretas, não tínhamos de pensar muito”*. Na realização da tarefa, ao contrário da Ana, o Luís foi capaz de a realizar integralmente e de forma autónoma.

Para a resolução da primeira alínea, o Luís optou por uma expressão aritmética para chegar à resposta, assemelhando-se à representação apresentada pela maioria da turma, conforme a figura abaixo.

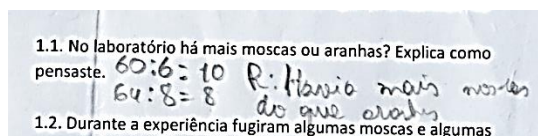


Figura 31: Resolução do Luís à alínea 1.1 da tarefa “No Laboratório”

Se, por um lado, na primeira alínea o aluno optou pela representação que foi mais comum na turma, na alínea seguinte a representação utilizada foi eleita apenas por dois dos alunos. Apesar de ter resolvido a tarefa de forma correta, na entrevista, o aluno confidenciou que, inicialmente, sentiu algumas dificuldades, nomeadamente no incumprimento de uma das condições do enunciado.

**Investigadora:** Sentiste alguma dificuldade?

**Luís:** Eu consegui fazer, mas no início estava a confundir um bocado, porque não sabia como é que ia escrever. Eu percebi o que era pedido, só não tinha pensado como escrever.

**Investigadora:** Depois como é que ultrapassaste essa dificuldade?

**Luís:** Pensei que uma estratégia podia ser o desenho, desenhar bolinhas para fazer o corpo e depois as patas, e ir contando e experimentar. Eu reparei que duas moscas e uma aranha davam vinte patas, porque era  $12+8=20$ . E como o total eram 60 patas, repeti três vezes esse grupo, porque  $3 \times 20 = 60$ . Depois vi que não dava e tive de fazer de outra forma.

**Investigadora:** Por que é que não dava?

**Luís:** Não cumpria uma das condições. Comecei por desenhar uma mosca, depois como dizia que as aranhas eram o triplo, tive de desenhar três. Quando contei, reparei numa coisa engraçada, este grupo dava trinta patas, e trinta é metade de sessenta. Então, eu tinha de fazer dois grupos de trinta, desenhei mais um. Contei tudo e fiz as contas para confirmar, vi que deu certo. (ES1)

Como se verifica pelo excerto da entrevista, o Luís admite que não estava a cumprir as duas condições impostas no enunciado, no entanto, foi capaz de, autonomamente, aperceber-se do erro e remediá-lo. Em relação ao raciocínio estatístico nesta tarefa, *raciocínio sobre representação de dados*, o Luís foi capaz de o mobilizar de forma correta, sendo capaz de interpretar o gráfico e os dados nele apresentados. A Figura 32 exhibe a resolução do Luís à alínea 1.2.

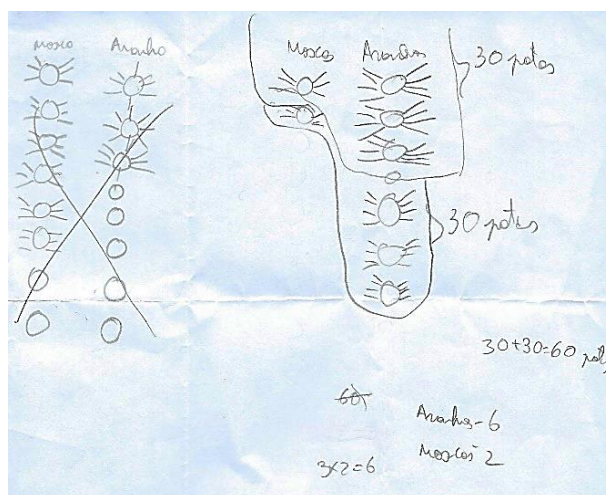


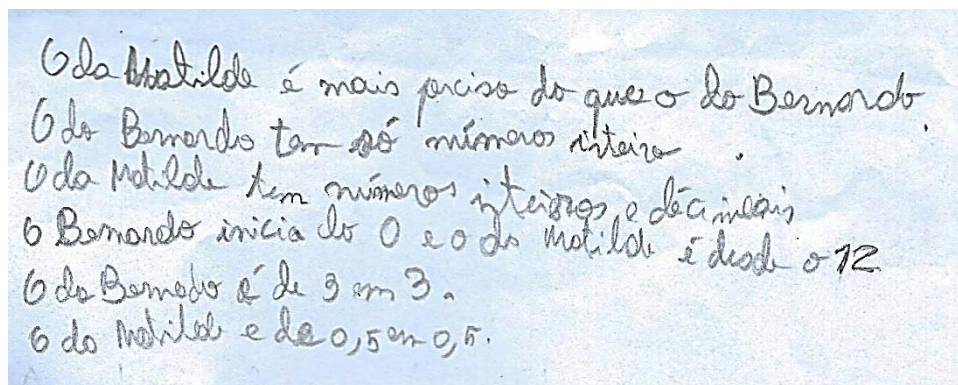
Figura 32: Resolução do Luís à alínea 1.2 da tarefa “No Laboratório”

Através da análise da Figura 32 conclui-se que o aluno se apercebeu que a primeira forma de resolução não era a correta, uma vez que não cumpria uma das condições, como explicou na entrevista. Na segunda resolução, e final, o aluno representou, por esquema/desenho, um grupo no qual as aranhas eram o triplo das moscas e, ao verificar que perfaziam trinta patas, desenhou outro grupo. De modo a confirmar se estava correto, decidiu efetuar os cálculos, somando as patas obtidas em cada grupo, verificando que cumpria a primeira condição. No que respeita a segunda condição, o Luís confirmou se o triplo de dois era seis, para se certificar que não havia cometido nenhum erro. Esta estratégia de voltar atrás e verificar as formas efetuadas de acordo com as condições do problema é uma fase do trabalho que usualmente nenhum aluno faz.

#### T11: O peso do Francisco

Relativamente à tarefa “O peso do Francisco”, o Luís demonstrou competências para a resolver na íntegra e sem necessidade de recorrer à ajuda da professora, sendo, aliás, o único aluno da turma que foi capaz de apontar a principal diferença entre os dois gráficos. Analogamente ao que aconteceu na tarefa anteriormente analisada, também esta exigia um *raciocínio sobre representação de dados*, que, mais uma vez, o aluno foi capaz de mobilizar, tal como apresentado na Figura 33.





O da Matilde é mais preciso do que o do Bernardo.  
 O do Bernardo tem só números inteiros.  
 O da Matilde tem números inteiros e decimais.  
 O Bernardo inicia do 0 e o da Matilde é desde o 12.  
 O do Bernardo é de 3 em 3.  
 O da Matilde é de 0,5 em 0,5.

Figura 33: Resolução do Luís à tarefa “O Peso do Francisco”

Apesar de não indicar, claramente, na sua resposta que se trata do mesmo gráfico, indica que o da Matilde é mais preciso, permitindo ver a evolução do peso com mais precisão. Na aula, quando se pediu ao Luís que indicasse a sua resposta, este explicou, conforme demonstram as gravações áudio e vídeo, “o da Matilde é mais preciso do que o do Bernardo, porque no do Bernardo não se consegue ver muito bem porque está muito apertado, no da Matilde já se consegue ver melhor porque começa no 12, e por isso não fica tão apertado, vemos melhor o peso nos meses todos”. Face à exposição feita pelo Luís, conclui-se que ele foi capaz de perceber que devido à diferença da graduação do eixo das ordenadas, em um dos gráficos era mais fácil ver a evolução do peso, no entanto, explicou o seu pensamento pelas suas palavras, não recorrendo aos termos matemáticos que estão ligados ao gráfico, como por exemplo graduação ou eixo das ordenadas.

Relativamente ao tipo de raciocínio mobilizado para responder a esta tarefa, o Luís aplicou um *raciocínio sobre representações de dados*, uma vez que se mostrou capaz de interpretar este tipo de gráfico, percebendo as suas diferenças e a consequência destas. No que respeita o nível de compreensão dos gráficos, era necessário que o aluno se encontrasse no *nível 2: ler entre os dados*, uma vez que teria de compreender a forma como os dados se encontravam integrados no gráfico, interpretando essa relação. Deste modo, é possível verificar que o aluno foi capaz de interpretar corretamente o gráfico e indicar o que se pretendia e, como se depreende da sua resposta, o Luís encontra-se neste nível de compreensão dos gráficos.



T17: Os testes da Beatriz

Como já havia sido referido, esta tarefa era constituída por três alíneas, que o Luís foi capaz de realizar integralmente e, mais uma vez, de forma autónoma.

Demonstrando um conhecimento processual da média, o Luís não apresentou qualquer dificuldade na resolução da primeira alínea desta tarefa, como comprova a Figura 34.

$$\begin{array}{r} 60 \\ 52 \\ +68 \\ \hline 180 \\ 180:3=60 \end{array}$$

1.1.  $180:3=60$ ,  $60\% = \text{média}$

Figura 34: Resolução do Luís à alínea 1.1 da tarefa “Os testes da Beatriz”

Pela observação da figura acima, constata-se que o Luís optou por uma expressão numérica, aplicando, de forma direta, o algoritmo para o cálculo da média. O Luís era um aluno bastante preguiçoso, e, apesar de realizar as tarefas corretamente, raramente escrevia a resposta, não sendo, desta vez, exceção. Na entrevista semanal, no que se refere a esta alínea, o aluno indicou que “*era muito fácil, era só aplicar a fórmula*” e “*não senti nenhuma dificuldade, li, e soube logo o que era para fazer e como devia fazer*”.

Na segunda alínea da tarefa era exigido um conhecimento concetual da média, que, contrariamente ao que se verificou na generalidade da turma, o Luís foi capaz de aplicar. O aluno realizou a tarefa corretamente, no entanto, tal como aconteceu anteriormente, não indicou a resposta à questão, como evidencia a Figura 35.

$$\begin{array}{r} 7 \\ 60 \\ 52 \\ 68 \\ \hline 187 \\ 187:4=46.75 \end{array}$$

1.2.  $180:4=45$

Figura 35: Resolução do Luís à alínea 1.2 da tarefa “Os testes da Beatriz”

Pela análise da figura conclui-se que o Luís percebeu que o modo de chegar à média máxima, que passava por obter no teste, também, a nota máxima. Na entrevista semanal o aluno não identificou qualquer dificuldade relativamente a esta alínea.

**Investigadora:** Na alínea 1.2, sentiste alguma dificuldade?

**Luís:** Não. Somei todos os testes que tinha e acrescentei 100%.

**Investigadora:** Porquê?

**Luís:** Porque é a nota mais alta que se pode tirar num teste. E aqui diz o máximo, e para ter o máximo tem de tirar no teste, também, o máximo, e juntar aos que ela já fez. Assim já sabemos a média máxima. (ES2)

Pela resposta que o aluno apresentou na entrevista e pela estratégia de resolução por que optou, apraz registar o seu domínio sobre o conhecimento concetual da média.

Em relação à última alínea da tarefa, a 1.3, o Luís foi, mais uma vez, capaz de a realizar com êxito. Contudo, nesta, sentiu ligeiras dificuldades em compreender como poderia chegar à média mínima, socorreu-se da professora para solicitar esclarecimentos, por forma a compreender melhor este conceito, conforme comprovam as gravações das aulas, em áudio e vídeo. Na entrevista semanal o aluno acaba por refletir o que foi possível verificar através das gravações:

**Investigadora:** Na 1.3, sentiste dificuldades?

**Luís:** Aí já foi mais complicado... A média máxima foi fácil, foi só fazer o que tinha feito na 1.2, mas tirei o teste com a pior nota e dividi por três. A 1.3 achei mais complexa, e tive de perguntar à professora, para ter a certeza que estava a pensar bem no que era a média mínima. Depois pensei em transformar o 100% num valor mais pequeno, estava na dúvida se tinha de ser um valor menor do que 52%, mas depois pensei que sim, porque ela no teste podia ter menos de 52%. E depois retirei esse valor. Deu certo, deu o mesmo que na 1.1, só que tivemos de pensar de uma forma diferente.

Como é possível verificar, apesar de alguma confusão inicial em compreender o que seria a média mínima, o Luís foi capaz de realizar a tarefa corretamente, como comprova a figura abaixo.

Handwritten mathematical work on grid paper, labeled 1.3. The work shows calculations for finding the mean of two numbers (60 and 68).

Top left: Addition of 60 and 68 to get 128.

Top right: Subtraction of 128 from 228 to get 100.

Bottom left: Addition of 60 and 68 to get 128.

Bottom right: Division of 128 by 2 to get 64.

Figura 36: Resolução do Luís à alínea 1.3 da tarefa “Os testes da Beatriz”

Como vem sendo recorrente, o Luís não apresenta resposta textual. Nesta alínea, apesar de ter encontrado o resultado da média máxima e mínima, não identifica a que média se refere cada um dos resultados que obteve.

Na resolução de todas as alíneas da tarefa, o Luís optou por uma representação através de expressões numéricas, que também foi a opção seguida por todos os alunos que foram capazes de resolver a tarefa, o que era o mais aceitável. Quanto ao raciocínio subjacente à resolução desta tarefa, o aluno ao demonstrar a capacidade de utilizar as medidas de posição central e chegar ao resultado, mobilizou um raciocínio sobre medidas estatísticas para além de evidenciar, como já se referiu anteriormente, que possui um conhecimento concetual da média.

#### *T18: As turmas da professora Helena*

Nesta tarefa que, como já foi referido, estavam envolvidos dois tópicos do currículo: gráficos de barras e medidas de posição central. O Luís, à semelhança do que aconteceu com a Ana, gostou da tarefa, pelo facto de interligar dois conteúdos distintos. Conforme se esperava, o Luís foi capaz de resolver a tarefa integralmente e sem ajuda da professora, como mostra a figura abaixo.

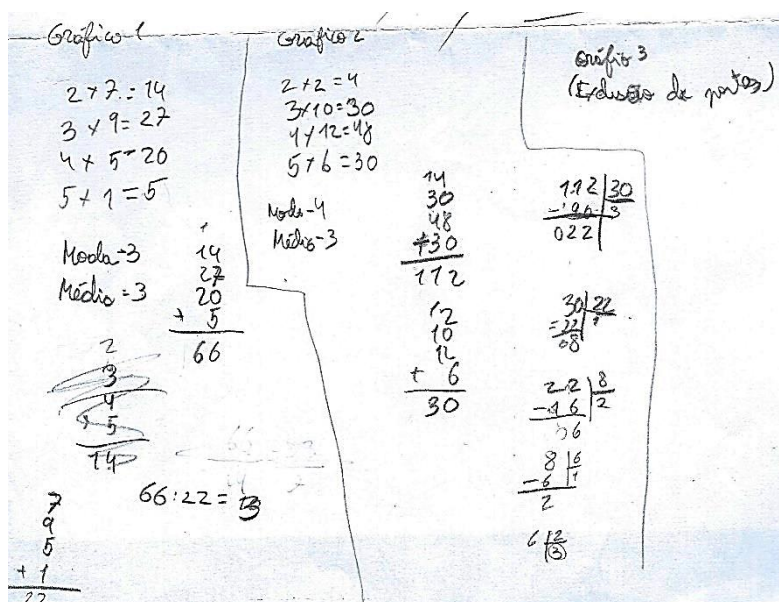


Figura 37: Resolução do Luís à tarefa “As turmas da Professora Helena”

Pela observação da Figura 37, que representa a resolução desta tarefa pelo Luís, e comparando-a com a Figura 24, que representa a resolução da mesma tarefa pela Ana, verificamos que o Luís, contrariamente ao que foi feito pela Ana, optou pela multiplicação da classificação obtida pelo número de alunos e não pela soma destas variáveis. O senão da resolução do Luís está no facto de ter errado na representação da multiplicação, sendo a forma correta multiplicar o número de alunos pela classificação, por exemplo  $7 \times 2$ . No entanto, devido à propriedade comutativa da multiplicação, não influenciou o resultado final, não estando bem adquirida a ordem em que devem colocar a ordem dos fatores. Para o terceiro gráfico o aluno indicou que não era necessário efetuar qualquer tipo de operação, uma vez que, por exclusão de partes era possível descobrir a que turma correspondia.

Na entrevista semanal o aluno mencionou qual a sua relação com a tarefa e eventuais dificuldades que sentiu, mas que não foram um impedimento para realizar corretamente a tarefa.

**Investigadora:** Que dificuldades sentiste?

**Luís:** Não senti muitas. A moda é muito fácil. A média já é um bocadinho mais complicada.

**Investigadora:** Achas difícil identificar a média a partir do gráfico?

**Luís:** É mais fácil noutros casos, no gráfico fica sempre mais complicado, porque temos de ver o número de alunos que teve uma nota, e multiplicar, depois

temos de contar o número de alunos, e só depois é que podemos fazer a fórmula para a média. E isso pode confundir um bocadinho.

**Investigadora:** Sentiste mais alguma dificuldade?

**Luís:** Não, nada de especial. Acho a moda muito fácil, mas ao responder, tive de olhar duas vezes, para ver se colocava o número de alunos ou a classificação, mas depois percebi que era a classificação, porque o número de alunos era quantas vezes se repetia, e não podia ser isso.

**Investigadora:** Achas mais fácil calcular a média a partir do gráfico ou a partir de um conjunto de dados escritos aleatoriamente no quadro?

**Luís:** É mais fácil no quadro, porque não temos de fazer cálculos para depois aplicar a média. E se estiverem no diagrama de caule-e-folhas é ainda mais fácil porque temos os dados organizados e ordenados. (ES2)

Uma vez que na mesma tarefa encontramos conteúdos diferentes, estavam, também, subjacentes raciocínios diferentes que o aluno foi capaz de mobilizar, como o *raciocínio sobre representações de dados* e o *raciocínio sobre medidas estatísticas*, que o Luís foi capaz de mobilizar. Relativamente à representação, o Luís optou, mais uma vez, pela representação aritmética.

#### *T21: A idade dos três irmãos*

Na entrevista semanal o Luís explicou à professora o que já havia referido no questionário, que gosta de tarefas que o obrigassem a “pensar” e que o desafiassem, referindo que, uma vez que esta era uma tarefa deste género, despertou nele agrado. O aluno foi capaz de realizar a tarefa sem recorrer à ajuda da professora, apesar de, no início, ter sentido algumas dificuldades, consequentes da má interpretação do enunciado, mas que foi capaz de retificar, tal como refere na entrevista:

**Luís:** No início tinha feito mal. Pensei que a Ana tinha um ano, o João dois, porque tinha o dobro, e a Sofia sete. Não tinha visto bem e pensei que o 10 era o total das idades, e não a média. Depois li melhor e vi que não era.

No que respeita a resolução do Luís, este optou por partir da média para encontrar o somatório das idades e, partindo daí, por tentativa erro, tentou encontrar a idade de cada irmão, tendo em atenção as condições do enunciado, como apresenta a Figura 38.

Handwritten work on grid paper:

$$\bar{x} = \frac{A}{3} = 10$$

$$\frac{30}{3} = 10$$

$$\frac{10}{2} = 5$$

$$2 \times 5 = 10$$

Sofia = 15  
 João = 10  
 Ana = 5

$$10 + 5 = 15$$

$$15 + 10 + 5 = 30$$

Figura 38: Resolução do Luís à tarefa “A idade dos três irmãos”

Pela avaliação da resposta do Luís constata-se que ele foi capaz de mobilizar um conhecimento concetual da média, ilação que também se retira pela resposta do aluno às questões da entrevista semanal, que a seguir se transcreve:

**Investigadora:** Além do erro na interpretação, sentiste mias alguma dificuldade?

**Luís:** Não. Depois de perceber foi fácil chegar à solução. Vi que a média era feita com três idades, e por isso tinha de ser a dividir por três, e pensei “como é que eu faço a média?”, e pensei na fórmula. Vi que a soma tinha de ser 30, e fui por tentativa erro. Não comecei no 1 porque era pouco e com o meu erro já tinha visto que não dava. E comecei logo a tentar com o 5, não sei muito bem porquê, e deu logo.

**Investigadora:** Gostaste da tarefa?

**Luís:** Sim, era diferente das que estamos habituados a fazer e isso foi bom. Eu gosto de tarefas que me obrigam a pensar mais. (ES3)

Quanto ao raciocínio implícito na resolução desta tarefa, constatou-se que o Luís foi capaz de aplicar um *raciocínio sobre medidas estatísticas*.

#### T25: O jardim da Francisca

Esta tarefa era, também, constituída por três alíneas. Quanto à primeira, o Luís resolveu-a de forma correta e autónoma, conforme se verifica na figura abaixo.

Handwritten work on grid paper:

1.1

$$B = 3,2$$

18/6/1

Figura 39: Resolução do Luís à alínea 1.1 da tarefa “O jardim da Francisca”



Pela análise da resposta do Luís, é possível verificar que foi capaz de encontrar as coordenadas dos pontos B e D, contudo, no ponto B, não representou de forma correta as coordenadas. Na entrevista semanal, o aluno indicou que achou a alínea bastante acessível:

**Investigadora:** Sobre a alínea 1.1, o que achaste difícil?

**Luís:** Nada. Se sabíamos a abcissa e a ordenada de dois pontos, então era só ver o seguimento e ver quais eram os pontos. (ES4)

A alínea 1.2 desta tarefa, acarretou algumas dificuldades para o Luís, que não foi capaz de a resolver da forma mais correta. Na sua resolução, o Luís, tal como alguns alunos da turma, desenhou o referencial e o retângulo, passando, depois, a indicar o ponto E, verificando, deste modo, se o ponto se encontrava no interior ou no exterior do retângulo, conforme se verifica na Figura 40.

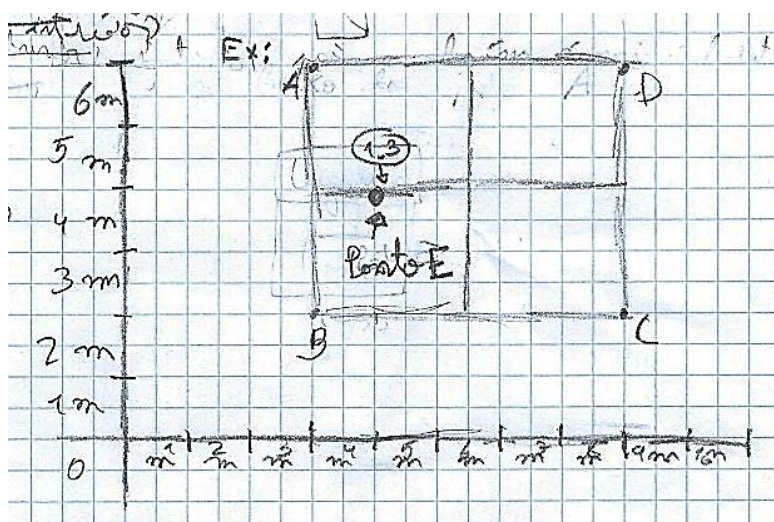


Figura 41: Resolução do Luís à alínea 1.2 da tarefa “O jardim da Francisca”

Pela observação da figura anterior, verifica-se que o Luís marcou o ponto de abcissa 4 e ordenada 4. Após a correção, o aluno compreendeu que a sua resposta não correspondia ao que se pretendia, uma vez que o enunciado pedia que explicasse por palavras, e retificou a sua resposta, de acordo com a correção feita em grande grupo, como demonstra a Figura 41.

(1.2) - É interno pois a (ponto) abcissa 4 está entre o 3 e o 8 e a ordenada 3 está entre 2 e 6.

Figura 40: Resolução do Luís à alínea 1.2 da tarefa “O jardim da Francisca”

Na entrevista semanal o Luís assume que sentiu mais dificuldades nesta alínea, depreende-se que as suas dificuldades residiram no facto de se tratar de uma questão mais abstrata sendo que por essa razão sentiu-se na necessidade de desenhar o referencial, admitindo que a justificação da resposta era o próprio desenho.

**Investigadora:** Na alínea 1.2, que dificuldades sentiste?

**Luís:** No início não tinha feito bem, nem como a professora queria. Fiz o desenho e depois marquei o ponto. Mas estava a fazer à pressa e só depois é que vi que tinha feito mal.

**Investigadora:** Por que é que sentiste a necessidade de desenhar o referencial?

**Luís:** Eu não acho isto o mais fácil. Porque temos de imaginar o que está à volta, e desenhei para ter a certeza que não me enganava, e também pensei que se fizesse assim não tinha de justificar, porque a justificação já era o desenho. Eu acho difícil explicar nesta situação, porque temos de imaginar e explicar bem o que imaginamos. (ES4)

Relativamente à alínea 1.3 desta tarefa, o Luís indicou que, de todas, foi a que mais gostou de realizar e foi dos poucos alunos que recorreu ao cálculo da área e ao desenho para confirmar se as partes eram iguais, como mostra a Figura 42.

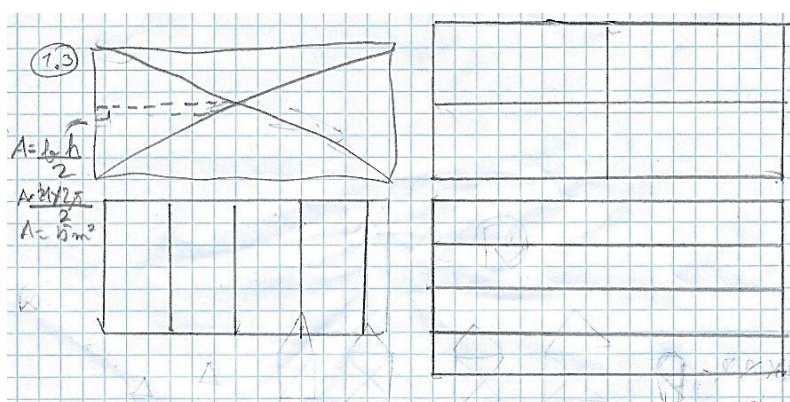


Figura 42: Resolução do Luís à alínea 1.3 da tarefa “O jardim da Francisca”

Pela análise da imagem verifica-se que, para três casos, o Luís não recorreu ao cálculo da área, uma vez que era visível pela figura que as partes eram iguais. Para a imagem que não formava figuras geometricamente iguais, o aluno recorreu à área, uma vez que era possível saber o comprimento dos lados, para verificar se eram figuras semelhantes. Contudo, havia uma outra forma de dividir o retângulo em quatro partes de maneira a formar figuras semelhantes, como mostra na Figura 18, pelo qual o aluno não optou, por não ser uma divisão muito direta e fácil de conseguir.



Na entrevista semanal, de que a seguir se transcreve um pequeno excerto, o Luís explicou a estratégia e o seu raciocínio na realização desta alínea assim como a forma como a encarou:

**Investigadora:** Que dificuldades sentiste ao realizar esta alínea?

**Luís:** Não achei difícil, até gostei porque misturou as áreas e eu gosto dessa matéria. Se sabíamos as ordenadas e as abcissas então conseguíamos saber o comprimento dos lados, depois era só calcular a área ou ver se tínhamos figuras iguais pelo desenho, se tivessem, então já tinha encontrado uma forma de divisão. (ES4)

### T26: As figuras geométricas

À semelhança do que aconteceu com a maioria das tarefas, o Luís foi, também, capaz de realizar a tarefa de forma autónoma e integralmente, sem necessitar de recorrer ao auxílio da professora.

Na resolução da primeira alínea da tarefa, o aluno, quando verificou as figuras percebeu logo, sem evidenciar quaisquer dificuldades, quais os grupos distintos em que as deveria dividir e que eram: círculos, quadriláteros e triângulos.

A segunda alínea implicava a elaboração de uma tabela de frequências tendo em atenção os grupos pelos quais optou. Mais uma vez o aluno não apresentou dificuldades, elaborando a tabela sem cometer erros, como mostra a Figura 43.

grupos	contagem	frequência absoluta	frequência relativa
círculos		4	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
triângulos		5	$\frac{5}{16}$
quadriláteros		7	$\frac{7}{16}$
total	16	16	$\frac{16}{16} = 1$

Figura 43: Tabela de Frequências para a alínea 1.2 da tarefa “As figuras geométricas”

Da análise da tabela na figura acima, não foram evidenciadas dificuldades, como o aluno faz questão de documentar na sua entrevista semanal, cujo excerto a seguir se transcreve, e com a particularidade da utilização da régua, expressando cuidado na apresentação do seu trabalho, coisa pouco habitual neste aluno.

**Investigadora:** Sentiste alguma dificuldade? Gostas mais de construir ou interpretar as tabelas?

**Luís:** A única coisa que eu ainda não me sinto muito à vontade é a trabalhar com as frações, porque às vezes tenho medo de me enganar, principalmente a colocar na forma mais pequena [irredutível], por isso acho mais fácil a frequência absoluta. Mas neste não senti dificuldades, não era difícil. Acho mais fácil se ela já estiver feita, porque não me engano tanto na frequência relativa. (ES4)

Acerca da alínea 1.3, o não manifestou dificuldades, apresentando bastante cuidado na construção do gráfico, cometendo, tal como a Ana, o erro de não colocar um título apropriado no gráfico, como comprova a Figura 44.

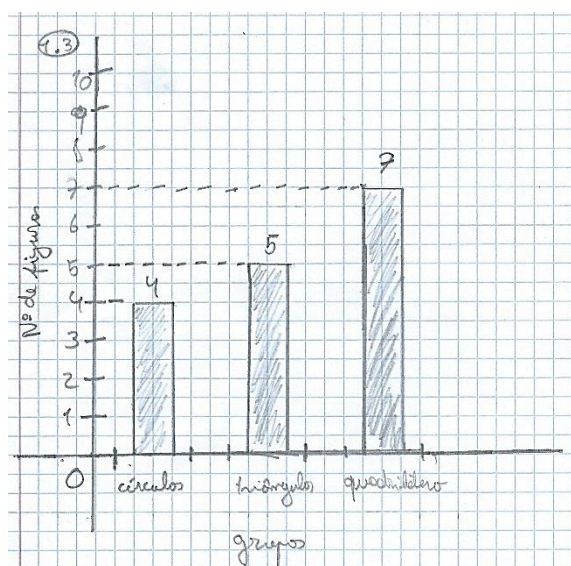


Figura 44: Gráfico de barras do Luís para a alínea 1.3 da tarefa “As figuras geométricas”

O Luís, na entrevista, refere que não sentiu dificuldades na construção do gráfico e, quando questionado se prefere construir ou interpretar gráficos, não deixa margem para dúvidas:

**Luís:** Gosto mais de construir. Porque já sei os dados que tenho e como é que os posso organizar. Depois, quando for interpretar é mais fácil, porque fui eu que fiz. Depois também há uma coisa que gosto que é usar materiais diferentes, como a régua e posso pintar as barras. (ES4)

Na resolução da última alínea desta tarefa, há que realçar que o Luís foi igual a si próprio e foi competente na indicação da moda das figuras geométricas. No diálogo com o aluno, este refere que a moda é dos conteúdos mais fáceis que aprendeu ao longo

deste bloco, contrariamente ao que aconteceu com a média, que classificou como dos mais difíceis, conforme se depreende do excerto de entrevista seguinte:

**Investigadora:** De todos os conteúdos que trabalhamos, qual foi o mais difícil?

**Luís:** A média, porque temos de fazer muitos cálculos e as vezes posso fazer confusão, e se me enganar num cálculo auxiliar engano-me na média toda. Quando é só somar os dados e dividir é fácil, mas quando temos de pensar mais há mais possibilidades de me enganar. Mas também são os que mais gosto.

**Investigadora:** E o mais fácil?

**Luís:** A moda. (ES4)

Ao longo desta tarefa o Luís teve de mobilizar tipos de raciocínios diferentes que foram o *raciocínio sobre representação de dados* e o *raciocínio sobre medidas estatísticas*. O primeiro porque deveria organizar um conjunto de dados de formas distintas e tendo em atenção o tipo de dados apresentados. O segundo, quando foi necessário compreender o conceito de moda e a sua identificação num determinado conjunto.



## Capítulo VI – As Conclusões e Limitações do Estudo

Este capítulo tem como objetivo, partindo dos resultados obtidos, extrair algumas conclusões que permitam dar resposta às questões orientadoras do problema que se estudou. Também são feitas algumas considerações finais sobre limitações do estudo e são dadas algumas sugestões para futuras investigações no mesmo âmbito deste estudo.

### 1. Síntese das principais conclusões do estudo

Durante a regência na área curricular de Matemática foi desenvolvido um estudo cujo principal objetivo era compreender o desempenho dos alunos na realização de tarefas de OTD, identificando as dificuldades sentidas e os erros mais comuns cometidos pelos alunos. Tendo sempre em consideração o objetivo subjacente ao estudo, as questões orientadoras delineadas e a literatura revista e depois de terminada a análise meticulosa dos dados recolhidos através de variados métodos, foram extraídas informações importantes que permitiram chegar a algumas conclusões.

Considerou-se crucial que todas as tarefas promovessem nos alunos a literacia estatística, estimulando o sentido crítico e o raciocínio estatístico dentro e fora da sala de aula, tornando-os cidadãos capazes de interpretar a informação que, todos os dias, lhes chega. Importa, ainda, realçar o papel das tarefas em todo o processo de ensino-aprendizagem, e, neste sentido, privilegiou-se um trabalho baseado no modelo das cinco práticas (Smith et al., 2009), por permitir, a quem ensina, estar mais atento à exploração das tarefas e, sobretudo, o que é feito sobre as tarefas, para que as discussões coletivas fossem momentos adequados de aprendizagem para todos os alunos.

Neste estudo, como já foi referido, seguiu-se uma metodologia qualitativa com um carácter descritivo e interpretativo, no *design* de estudo de caso. Apesar de se ter estudado com maior profundidade o desempenho da Ana e do Luís, recolheram-se dados de toda a turma, para melhor contextualizar o desempenho destes dois alunos. Por outro lado, sendo certo que toda a turma realizou todas as tarefas, considerou-se oportuno sintetizar os resultados de todos os alunos nas tarefas analisadas, organizados em três categorias: *Não resolveu*, quando o aluno não foi capaz de resolver a tarefa ou

errou completamente na sua resolução; *Resolveu parcialmente*, só conseguiu resolver com sucesso parte da tarefa; *Resolveu completamente*, quando resolveu com sucesso a totalidade da tarefa.

Tabela 4: Síntese do desempenho da turma nas tarefas

Tarefa	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu completamente
T7: No laboratório	5,55%	55,55%	38,88%
T11: O peso do Francisco	27,77%	66,66%	5,55%
T17: Os testes da Beatriz	11,11%	55,55%	33,33%
T18: As turmas da professora Helena	0%	33,33%	66,66%
T21: A idade dos três irmãos	22,22%	33,33%	44,44%
T25: O jardim da Francisca	0%	38,88%	61,11%
T26: As figuras geométricas	0%	11,11%	88,88%

Pela análise da Tabela 4 verifica-se que houve tarefas que, devido à sua complexidade, a maioria dos alunos não foi capaz de as resolver ou de as resolver completamente. Eram sobretudo tarefas com um nível cognitivo mais elevado, nas quais era necessário mobilizar diferentes conhecimentos que os alunos já tinham adquirido e implicavam mais do que procedimentos diretos e rotineiros.

De seguida, por forma a compreender melhor o desempenho dos dois alunos analisados com maior profundidade, a Ana e o Luís, é apresentada uma tabela que sintetiza e compara o seu desempenho nas diferentes tarefas, de acordo com as três categorias acima referidas.

Tabela 5: Síntese do desempenho da Ana e do Luís nas tarefas

Tarefa	Ana			Luís		
	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu completamente	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu completamente
T7: No laboratório		X				X
T11: O peso do Francisco	X					X
T17: Os testes da Beatriz		X				X
T18: As turmas da professora Helena			X			X
T21: A idade dos três irmãos	X					X

T25: O jardim da Francisca	X	X
T26: As figuras geométricas	X	X

Como se verifica pela Tabela 5 o desempenho destes dois alunos foi bastante diferente, uma vez que o Luís foi capaz de resolver completamente quase todas as tarefas e a Ana, por oposição, apenas foi capaz de resolver completamente três das tarefas.

Por forma a conseguir comparar, mais pormenorizadamente, o desempenho e as dificuldades dos dois alunos-caso na realização das tarefas exibe-se uma tabela síntese, a Tabela 6.

Tabela 6: Síntese do desempenho dos alunos-caso na resolução das tarefas.

Tarefa	Ana	Luís
T7: No laboratório	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do gráfico;</li> <li>- Não foi capaz de interpretar o enunciado;</li> <li>- Utiliza uma representação sob a forma de desenho;</li> <li>- Revelou dificuldades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do enunciado;</li> <li>- Correta interpretação do gráfico;</li> <li>- Utiliza uma representação aritmética e desenho/esquema;</li> <li>- Não pediu auxílio na resolução.</li> <li>- Não revelou dificuldades.</li> </ul>
T11: O peso do Francisco	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não interpretou o gráfico corretamente;</li> <li>- Não realizou a tarefa corretamente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do gráfico;</li> <li>- Dificuldade em expressar o seu pensamento;</li> <li>- Realizou a tarefa corretamente.</li> </ul>
T17: Os testes da Beatriz	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Incompreensão do enunciado;</li> <li>- Incoerência na representação aritmética da expressão do cálculo da média;</li> <li>- Compreensão processual da média;</li> <li>- Não possui conhecimento concetual da média;</li> <li>- Não resolveu completamente a tarefa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do enunciado;</li> <li>- Compreensão de média máxima e mínima;</li> <li>- Conhecimento concetual e processual da média;</li> <li>- Bom raciocínio sobre as medidas de posição central.</li> </ul>
T18: As turmas da professora Helena	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do enunciado;</li> <li>- Eficaz interpretação do gráfico;</li> <li>- Identificação correta da moda a partir de um gráfico de barras;</li> <li>- Correta aplicação do cálculo da média a partir do gráfico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do enunciado;</li> <li>- Eficaz interpretação do gráfico;</li> <li>- Identificação correta da moda a partir de um gráfico de barras;</li> <li>- Correta aplicação do cálculo da média a partir do gráfico.</li> </ul>
T21: A idade dos três irmãos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Incompreensão do enunciado;</li> <li>- Não possui conhecimento concetual da média;</li> <li>- Não identifica uma estratégia correta para realizar a tarefa;</li> <li>- Não resolveu a tarefa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do enunciado;</li> <li>- Possui um conhecimento concetual da média;</li> <li>- Identifica uma estratégia adequada para realizar a tarefa.</li> <li>- Resolveu corretamente a tarefa.</li> </ul>
T25: O jardim da Francisca	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do enunciado;</li> <li>- Identifica coordenadas de pontos sem recorrer ao referencial;</li> <li>- Enquadra um ponto no referencial;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do enunciado;</li> <li>- Identifica coordenadas de pontos sem recorrer ao referencial;</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não relaciona diferentes temas matemáticos: não recorre ao cálculo da área, à dobragem ou à relação parte-todo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não enquadra um ponto no referencial recorrendo a palavras;</li> <li>- Relaciona diferentes temas matemáticos: recorre ao cálculo da área.</li> </ul>
T26: As figuras geométricas		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do enunciado;</li> <li>- Correta identificação de critérios;</li> <li>- Não contabiliza corretamente as figuras;</li> <li>- Não indica a fração na sua forma irredutível;</li> <li>- Preferência pela construção de gráficos de barras à sua interpretação;</li> <li>- Compreensão do conceito e identificação da moda.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eficaz interpretação do enunciado;</li> <li>- Correta identificação de critérios;</li> <li>- Elabora corretamente a tabela de frequências;</li> <li>- Preferência pela interpretação do que pela construção de tabelas de frequência;</li> <li>- Preferência pela construção de gráficos;</li> <li>- Compreensão do conceito e identificação da moda.</li> </ul>

Elaborada a síntese dos resultados das tarefas, por forma a tornar mais perceptíveis as conclusões retiradas neste estudo, será abordada cada uma das questões orientadoras.

(a) *Como se caracteriza o desempenho dos alunos na realização de tarefas de OTD?*

Houve a preocupação de, durante as aulas de Matemática, realizar tarefas diferentes daquelas a que a turma estava habituada, com o objetivo de motivar os alunos. Analisaram-se, neste estudo, todos os conteúdos do PMEB-2013 referentes ao tema de OTD: referencial cartesiano; tabelas de frequências; gráficos de barras e de linhas; e medidas de posição central.

Relativamente ao referencial cartesiano, os alunos revelaram um bom desempenho. As tarefas propostas na abordagem ao conteúdo do referencial cartesiano captaram o interesse dos alunos e foi visível satisfação na sua realização. À semelhança do que aconteceu com o Luís e a Ana, grande parte dos alunos da turma foi capaz de as resolver. A motivação na realização das tarefas deveu-se, em grande parte, ao facto de não serem apresentadas tarefas rotineiras e com um nível cognitivo baixo.

No que respeita à construção e interpretação de tabelas de frequências, os alunos, na sua generalidade, foram capazes de as interpretar e construir, sendo que, no universo da turma, através do diálogo que se criou na sala de aula e nas entrevistas, foi possível perceber que os alunos se sentiram mais à vontade em interpretar a tabela, ou seja, quando esta já estava construída, uma vez que já estava indicada a frequência relativa. Analogamente ao que acontecia com a generalidade da turma, A Ana e o Luís,



realizaram, sem muitas dificuldades, tarefas que envolviam a construção e interpretação de tabelas de frequências, mostrando, também, preferência pela sua interpretação.

Em relação aos gráficos, na sua construção, os alunos mostraram-se capazes de transformar informação apresentada num conjunto de dados num gráfico de barras. A Ana e o Luís têm, entre si, um desempenho bastante semelhante neste aspeto. Ambos os alunos-caso deste estudo referiram que tinham preferência em contruir gráficos de barras em oposição à sua interpretação, apresentando brio nas suas construções. Em relação à interpretação de gráficos, os alunos apresentaram um desempenho satisfatório, sendo visível na Ana uma maior dificuldade neste aspeto.

Relativamente às medidas de posição central estão integrados dois conteúdos: a moda e a média. No que respeita a moda, os alunos foram capazes de a identificar e indicaram tratar-se do conteúdo mais fácil que foi trabalhado, apresentando um desempenho bastante positivo, o que está de acordo com vários autores, como Barros e Fernandes (2001), Silva (2014) e Sousa (2013), que defendem que este conceito não é de difícil compreensão para os alunos. Quanto à média, o desempenho dos alunos é bastante diferente, surgindo-lhes dificuldades, principalmente, quando as tarefas exigem mais do que a aplicação direta da fórmula do cálculo da média, indo ao encontro das conclusões do estudo de Silva (2014). No que reporta aos alunos-caso, o Luís era capaz de resolver as tarefas que envolviam um conhecimento concetual da média, apresentando um bom desempenho e raciocínio neste aspeto. A Ana apenas era capaz de resolver as tarefas em que era necessária a aplicação direta do algoritmo do cálculo da média, o que levou a que o seu desempenho não fosse positivo.

A partir da análise das tarefas propostas e das informações recolhidas, nomeadamente a partir das entrevistas, foi possível perceber que a Ana, assim como alguns alunos da turma com um desempenho idêntico ao dela, nem sempre eram capazes de realizar as tarefas quando não lhes era indicado, de forma explícita, o modo de proceder.

Relativamente aos diferentes raciocínios mobilizados pelos alunos, é importante referir que estes dependeram do tipo de tarefas que lhes foram apresentadas. Apesar disso, o tipo de raciocínio que mais se verificou foi o *raciocínio sobre as representações dos dados*, que integra a compreensão de como devem ler e interpretar o gráfico, e o *raciocínio sobre medidas estatísticas*, que implica que os alunos não só conheçam os

conceitos mas que também sejam capazes de os aplicar corretamente em diferentes situações.

No que respeita ao nível de compreensão dos gráficos, é adequado posicionar o Luís e a Ana no *nível dois: ler entre os dados*, uma vez que ambos apresentaram a capacidade de interpretar os dados que lhes eram apresentados, sendo que o Luís apresentava um maior domínio neste aspeto.

*(b) Quais as maiores dificuldades identificadas e sentidas na resolução de tarefas de OTD?*

No que concerne à resolução de tarefas de OTD, as dificuldades manifestadas pelos alunos-caso situaram-se em níveis diferentes: enquanto o Luís não manifestou muitas dificuldades, a Ana manifestou algumas, embora nem todas relacionadas com os conteúdos de OTD, mas sim com outros temas matemáticos ou com problemas de interpretação de enunciados, derivados das dificuldades associadas ao Português.

O primeiro conteúdo trabalhado nas aulas foi o referencial cartesiano e, neste, a Ana revelou, nas entrevistas, que sentia algumas dificuldades em identificar a abcissa e a ordenada, havendo situações em que confundia os dois. Em relação ao Luís, a dificuldade que apontou, e que se verificou pela análise das tarefas e das entrevistas, foi em identificar se um ponto estava marcado no interior ou exterior de um retângulo sem que estivesse desenhado o referencial, ou seja, sentia dificuldades quando tinha de imaginar o referencial ou enquadrar pontos, recorrendo a um pensamento mais abstrato.

Em relação as tabelas de frequências, os dois alunos, não revelaram dificuldades que os impediram de resolver as tarefas propostas, no entanto, foi possível perceber pelo diálogo desenvolvido nas entrevistas e por outras tarefas que não foram aqui analisadas, que, quando lhes era pedido que apresentassem a frequência relativa sob a forma de percentagem revelavam mais dificuldades, pois não tinham a destreza de calcular a percentagem, apesar de já conhecerem os procedimentos para a calcular. Ambos referiram nas entrevistas que sentiam esta dificuldade e que, quando era necessário colocar a frequência relativa desta forma, cometiam erros ou não faziam.

Quanto aos gráficos, mais concretamente na sua construção, foi possível identificar algumas imprecisões cometidas pelos alunos da turma: nem sempre atribuíam um título adequado ao gráfico, não colocavam rótulos nos eixos, não deixavam um espaçamento uniforme entre as barras e não indicavam a origem dos eixos, erros que são referidos também por Batanero e Godinho (2004) e por Sousa (2013) e que foram comuns na turma. Quanto à Ana e ao Luís, as imprecisões mais comuns, neste âmbito, foram a falta de título nos gráficos e a legendagem dos eixos. Contudo, os alunos mostraram preferência por construir gráficos de barras e, quando questionados, indicaram que não sentiam dificuldades na construção destes.

Na interpretação de gráficos a Ana apresentou mais dificuldade quando lhe foi pedido que comparasse duas quantidades iguais, apresentadas em dois gráficos com uma escala do eixo das ordenadas diferente. Já o Luís foi capaz de comparar e interpretar corretamente os dados que eram apresentados e compreender de que modo duas escalas diferentes influenciavam a linha do gráfico.

No que reporta às medidas de posição central pode-se afirmar que se tratou do conteúdo em que os alunos sentiram e apresentaram mais dificuldades, mais concretamente na média. No que respeita a moda, ambos indicaram que não sentiram dificuldades, quer na aquisição do conceito que na sua utilização ou identificação. Na média, em oposição, foram identificadas dificuldades e os próprios alunos admitiram que este foi o conteúdo em que sentiram mais dúvidas. Quando nas tarefas era pedido que aplicassem, de forma direta, a fórmula do cálculo da média, os alunos eram bem-sucedidos, não apresentavam dificuldades e os próprios admitiram que não sentiram dificuldades, uma vez que apenas tinham de aplicar a fórmula do cálculo da média. Contudo, a resolução das tarefas exigiam um raciocínio para além do cálculo simples, sendo aqui que os alunos apresentavam mais dificuldades, o que prova que não tinham o conceito de média bem compreendido, o que está em concordância com os resultados obtidos por outros investigadores, como Almeida (2002), Carvalho e César (2001, citados em Fernandes et al., 2013), Ribeiro e Fernandes (2013), Silva (2014) e Sousa (2013).

A Ana não foi capaz de mostrar que adquiriu um conhecimento concetual da média, uma vez que apenas era capaz de realizar as tarefas que implicavam a aplicação direta do algoritmo, que eram simples e rotineiras, aplicando apenas um conhecimento

processual de média e admitiu que estas eram as tarefas que não era capaz de realizar. É ainda importante referir que esta aluna revelou muitas dificuldades quando, nas tarefas, era pedido que aplicasse conhecimentos trabalhados em temas matemáticos anteriores, como por exemplo a área, as percentagens ou o conceito de triplo.

O Luís, por outro lado, mostrou-se sempre capaz de mobilizar o conhecimento concetual de média, tendo realizado com sucesso as tarefas que implicavam do aluno a compreensão do conceito de média e, apesar de admitir que não eram tarefas muito fáceis, foi sempre capaz de as resolver.

Importa, ainda, referir que tanto o Luís como a Ana apresentavam algumas deficiências quando era pedido que expressassem o seu pensamento, quer oralmente quer por escrito, e, quando o faziam, não se socorriam dos termos matemáticos adequados. Ambos admitiram que não gostavam de explicar o seu raciocínio, por sentirem que era difícil explicá-lo de forma correta e de modo a que todos o compreendessem.

Por último, importa referir que a Ana apresentava muitas dificuldades em interpretar o enunciado das tarefas, principalmente quando não encontrava indicações diretas de como deveria proceder. A aluna tinha consciência desta dificuldade, referenciando, várias vezes, nas entrevistas, que a grande dificuldade que sentia, e que muitas vezes a impedia de realizar a tarefa, era interpretar o enunciado.

*(c) Em que conceitos estatísticos é que os alunos apresentam mais dificuldades?*

De todos os conteúdos trabalhados ao longo da regência, as medidas de posição central foi aquele em que a turma evidenciou mais dificuldades. Estes sentiram dificuldades no trabalho com a média, particularmente a Ana e os demais colegas que, tal como ela, têm um desempenho menos bom na disciplina de matemática. As dificuldades aumentavam quando os alunos eram obrigados a demonstrar um conhecimento concetual da média, contrariamente ao que se verificava aquando da necessidade de mobilizar o conhecimento processual, no qual os alunos não apresentaram dificuldades, tal como concluíram Silva (2014) e Sousa (2013).

Na construção de gráficos, apesar de não constituir um conteúdo de elevada complexidade, verificaram-se algumas imprecisões. Tanto a Ana como o Luís indicaram

que não sentiram dificuldades na construção de um gráfico, contudo, a partir do que se verificou nas aulas e na resolução das tarefas, os alunos cometiam imprecisões, como a falta de título no gráfico, não legendavam os eixos e não indicavam a origem do referencial. Contudo, os alunos foram ultrapassando estas dificuldades e desvalorizaram as imprecisões que iam cometendo. As imprecisões referidas estão em consonância com as conclusões de Sousa (2013) e Vieira (2013) nos seus estudos.

A OTD, apesar de ser considerado, pelos professores, um tema fácil de ser lecionado e compreendido por parte dos alunos, os estudos, ainda que escassos, realizados neste âmbito provam o contrário (Carvalho, 2001, citado em Cruz & Henriques, 2012). Por isso, é importante que os professores tenham essa consciência e apresentem aos alunos tarefas desafiadoras e que não envolvam apenas a aplicação de fórmulas ou a leitura direta de dados representados em gráficos, ou seja, tarefas com um baixo nível cognitivo.

## **2. Limitações do estudo e perspectivas de remediação**

As últimas linhas deste trabalho serão dedicadas a uma análise crítica, às circunstâncias que geraram limitações à realização deste estudo e à identificação de aspetos que poderiam ser melhorados. Como primeiro aspeto é importante referir o duplo papel de professora-investigadora, havendo momentos em que foi difícil conjugar os dois papéis, pois, se por um lado tinha de lecionar os conteúdos programáticos, por outro era necessário desempenhar o papel de investigadora e efetuar os procedimentos necessários para recolher dados, o que nem sempre foi fácil.

O semestre durante o qual se desenvolveu o trabalho investigativo obrigou à reestruturação da organização dos pares pedagógicos e, como consequência, o tempo de contacto com a turma na área de Matemática foi menor, decorrendo durante três semanas. Durante essas três semanas foi necessário lecionar todos os conteúdos programáticos referentes à OTD, realizar e corrigir uma ficha de avaliação sumativa e recolher dados que permitissem a realização deste estudo. Para o conseguir, foi necessário, com a autorização do POC, prolongar o período de recolha de dados, aproveitando esse tempo para aplicar questionários e fazer entrevistas. A limitação temporal para contactar com a turma e proceder à recolha de dados tem de ser

apontada como um forte condicionalismo à realização da investigação, tendo em consideração que há um duplo papel subjacente a este processo e é importante desempenhar de forma adequada um e outro.

Ainda no campo das limitações, é importante referir a reduzida quantidade de estudos realizados no âmbito da OTD e a dificuldade em encontrar tarefas de nível cognitivo mais elevado, que vá para além da simples construção de gráficos ou aplicação direta de conceitos ou fórmulas.

Em termos de perspetivas de estudos futuros, é oportuno e pertinente referir que, na eventualidade da realização de um novo estudo no âmbito da OTD, dever-se-á ter em consideração um desafio: a realização de um projeto estatístico concretizado pelos próprios alunos, no qual estes se sentissem investigadores quando idealizassem o projeto, criassem um tema, formulassem perguntas, recolhessem os dados e fizessem o seu tratamento, sempre com a ajuda dos professores. Este desafio está contido na revisão da literatura quando é referida a importância dos projetos estatísticos, nos quais os alunos realizam a recolha de dados, a sua organização e formulação de perguntas que possam ser respondidas com estes dados. Contudo, devido ao tempo disponível para lecionar todos os conteúdos e para dedicar à investigação não foi possível enveredar pela via do projeto estatístico concretizado pelos alunos o que associado ao facto de o estudo já estar delineado quando foi feita a revisão da literatura, impossibilitavam seguir esta via. Hoje, caso as condições o proporcionassem, num estudo neste âmbito, esta seria uma proposta. Fica, no entanto, aqui a contribuição e o desafio para que futuros colegas deem continuidade a este projeto, dando aos alunos a oportunidade de serem mais criativos.

## **Parte III – (Re)Pensar a Prática**

A última parte deste trabalho é dedicada a uma reflexão global que assenta no trabalho desenvolvido na PES I e PES II, salientando os aspetos mais positivos e negativos da prática e o contributo desta experiência no desenvolvimento profissional e pessoal.





## Reflexão Final

*As dificuldades devem ser usadas para crescer, não para desencorajar, William Ellery Channing*

As experiências vividas ao longo do meu percurso escolar bem como os exemplos transmitidos pelos meus professores e o reconhecimento de que uma sociedade é tanto melhor quanto melhor for o seu sistema de ensino fizeram-me acreditar que a minha vocação profissional passava por esta área. Foi com esta convicção que há cinco anos iniciei o percurso académico direccionado para o ensino nos primeiros anos de escolaridade. Contudo, foi um percurso marcado por momentos bons e outros menos bons.

Parece assim evidente a necessidade de refletir sobre todo o percurso realizado, referenciando os pontos fortes e fracos e respetivas aprendizagens, evidenciando a experiência na PES I e PES II. Porém, é importante voltar um pouco mais atrás e referenciar, ainda que de forma sucinta, o percurso pela licenciatura mencionando as principais aprendizagens que esta proporcionou a nível de estágios. Ao longo dos três anos da licenciatura consolidaram-se bases quer a nível dos conhecimentos científicos, quer ao nível da realização profissional, pelas oportunidades que, apesar de passageiras, proporcionaram o contacto com os alunos dentro de salas de aula, nos diversos níveis, desde o pré-escolar ao 2º ciclo, que me ajudaram a perceber que a minha área de conforto, em termos profissionais, é uma sala de aula repleta de alunos, com quem eu possa partilhar conhecimentos e experiências.

Não obstante a riqueza e a diversidade das experiências de práticas vividas no período da licenciatura, não são comparáveis às vividas na fase do mestrado, concretamente no último ano, que foi extremamente exigente.

Quanto ao primeiro ano do mestrado, a sua relevância reside na riqueza da aprendizagem tanto a nível dos conteúdos necessários para a prática letiva como a nível da preparação das aulas, envolvendo o processo de planificação para os diferentes conteúdos. Direta ou indiretamente, ambas as aprendizagens foram imprescindíveis, assim como todas as anteriores, para melhor me prepararem para a realização do estágio e do trabalho de investigação subordinado ao tema matemático de Organização e Tratamento de Dados, que constituiu o epílogo deste mestrado.

Quanto ao segundo ano, mais concretamente a PES I e PES II, através de uma análise introspectiva e retrospectiva, posso afirmar, sem margem para qualquer dúvida, que constituíram uma experiência que me marcou profissional e pessoalmente. Em termos profissionais porque me permitiram dar os primeiros passos na profissão que decidi abraçar. Em termos pessoais permitiu viver e conviver com comunidades educativas muito diferenciadas, com as quais aprendi e partilhei conhecimentos.

Por ter trabalhado com alunos de diferentes faixas etárias, provenientes de diferentes estratos sociais, de famílias muito, pouco ou nada carenciadas, de ambiente familiar estável ou desestabilizado, perfeitamente integrados na sociedade ou fazendo parte de minorias étnicas, toda esta diversidade proporcionou-me conhecimentos que irão prevalecer ao longo da minha vida docente.

A PES I foi exercida numa turma de oito alunos do 2º ano de escolaridade, numa escola classificada de TEIP. Por se tratar de uma turma tão reduzida, a primeira impressão, antes do início da regência, foi muito positiva. No entanto, iniciado o trabalho, rapidamente se percebeu o porquê da existência de uma turma tão pequena. No universo dos oito alunos da turma, quatro pertenciam à comunidade cigana e desses apenas um era capaz de ler de modo adequado para um aluno do 2º ano. Dos restantes quatro alunos, dois eram razoáveis e os outros dois eram repetentes, sendo um referenciado como problemático. Este último aluno havia sido diagnosticado como hiperativo com défice de atenção tipo misto grave, o que o levava, muitas vezes, a ter comportamentos impulsivos, principalmente em ambiente de grupo ou em situações de frustração. Este aluno já tinha frequentado outra escola onde, em consequência da pressão exercida pelos pais, não tinha muito contacto com a turma, tendo uma professora só para ele e fazia as refeições individualmente, por ser considerado uma criança violenta. Face a este cenário, foi decidido, por quem de direito, que o aluno seria transferido para outra escola, aquela onde se desenvolveu a minha PES I. A professora que acompanhou o aluno, realizou com ele um trabalho exemplar que se refletia no seu comportamento, controlando melhor a impulsividade e a violência, já almoçava com todos os alunos da escola e disfrutava do intervalo com todos os colegas. Além destes aspetos, os alunos apresentavam algumas dificuldades de aprendizagem, derivadas, em grande parte, da falta de assiduidade durante o 1º ano de escolaridade, havendo alunos que não conheciam o valor posicional dos números ou eram capazes de ler palavras

simples, sendo por isso extremamente dependentes dos professores, havia a necessidade de dar resposta a estes problemas sem correr o risco de condicionar o nosso trabalho.

Face ao apresentado, no nosso “cenário” de operações vislumbravam-se dificuldades, contudo, não nos podiam desencorajar, antes pelo contrário, encarámos essas dificuldades como uma experiência indelével das nossas vidas, rica em aprendizagens.

Foi neste pressuposto que iniciei as minhas funções e, com o passar do tempo, percebi que não havia motivo para tanta preocupação, e houve sempre o esforço de realizar atividades enriquecedoras e diferentes, tendo sempre em consideração as limitações dos alunos. Assim que terminada esta experiência da PES I foi possível verificar que os alunos já não tinham tantas dificuldades na leitura ou já eram capazes de fazer contas mentalmente, ainda que simples. Acompanhar esta evolução foi uma fase muito positiva e gratificante do meu percurso, que me permitiu crescer e descobrir metodologias que podem ser utilizadas com alunos em meios complicados, transmitidas pela POC, ficando com a sensação do “dever cumprido” pelo facto de ter ajudado os alunos a progredir e a superarem as suas dificuldades.

A acrescentar ao que se descreveu relativamente à prestação na PES I importa também identificar outros aspetos que foram fundamentais para melhorar a prática ao longo das regências, tanto na PES I como na PES II. Desde logo o trabalho colaborativo entre os elementos do par pedagógico que, apesar de ser muito mais visível na PES I, também foi muito importante na PES II, passando, neste ciclo, pela troca de ideias e materiais que ajudaram na planificação das aulas.

A planificação merece ser destacada face ao papel crucial que assumiu para ambas as práticas, pois sendo exaustiva e descritiva permitiu-me orientar melhor o trabalho e gerir a aula da melhor maneira. Por outro lado, com a planificação foi-me possível prever a reação dos alunos preparando antecipadamente as suas eventuais questões.

Um outro aspeto incontornável para o êxito do trabalho que foi desenvolvido na PES I e PES II foi a reflexão. Inseparável deste processo de reflexão está o trabalho dos POC e dos professores supervisores que, sendo detentores de um maior conhecimento sobre os alunos, bem como das práticas que podem ter os melhores resultados em sala

de aula, deram contributos e orientações imprescindíveis que foram sempre tidas em linha de conta e que enriqueceram a prestação da regente em sala de aula, tanto em contexto de estágio como, certamente, no futuro.

No âmbito do segundo semestre do ano letivo de 2013/2014 decorreu a PES II que se desenvolveu numa realidade completamente diferente da PES I. O facto de passar de uma turma do 2º ano de escolaridade para uma do 5º ano fez com que esta mudança fosse ainda mais sentida. No contexto do 2º Ciclo não havia crianças com histórias tão preocupantes como as do 1º Ciclo. A mudança dos conteúdos e a profundidade com que tinham que ser abordados foi abrupta e o facto de não saber qual seria a reação dos novos alunos às professoras estagiárias, levou a que se gerassem muitas expectativas e algum receio.

Antes de iniciar a reflexão acerca da PES II, considero importante referir que foi necessário alterar a organização dos grupos de estágio adotados durante a PES I. Deste modo, o grupo pedagógico passou a ser constituído por três elementos, o que levou a que o tempo de contacto em cada área disciplinar tivesse de ser menor, o que, se por um lado poderia parecer positivo porque o trabalho seria menos, por outro era negativo pois a experiência e as aprendizagens seriam, também elas, menores.

No primeiro contacto com a turma e com os professores cooperantes foi possível perceber que, apesar de alguns alunos apresentarem dificuldades, todos eram capazes de acompanhar o ritmo de trabalho definido pelos professores. No universo dos dezoito alunos da turma havia três diagnosticados com hiperatividades, mas acompanhados clinicamente e medicados, o que fazia com que não fossem, de todo, elementos perturbadores da aula. A turma era muito participativa, curiosa e demonstrou satisfação por ter professoras novas, que levavam para a aula experiências novas. Os alunos mostraram-se bastante satisfeitos sempre que se levava para a sala de aula recursos diferentes como pequenas animações ou materiais para realizar experiências, sendo esta uma opção metodológica pela qual se optou.

Divergindo do que aconteceu na PES I, a passagem pela PES II impunha que durante a prática no 2º ciclo se elaborasse um relatório de estágio, que investigasse um tema dentro de uma das áreas disciplinares que foram lecionadas. A área disciplinar por que optei para desenvolver o meu trabalho de investigação foi a matemática, por ser uma área que me agrada bastante e na qual me sinto à vontade para lecionar. Nesta

área disciplinar, de acordo com as orientações do POC, ficou definido que deveria trabalhar o tema de Organização e Tratamento de Dados. Sem querer menosprezar o tema que me foi proposto, se tivesse a oportunidade de escolher um tema dentro da matemática, a minha primeira opção seria a escolha de algo mais relacionado com a resolução de problemas, a forma como os alunos realizam tarefas desafiantes ou o trabalho com padrões na aula de matemática. No entanto, as condições que nos são apresentadas nem sempre são as que desejamos ou as ideais, mas, independentemente disso, é fundamental fazer o melhor possível, e foi com este pressuposto que iniciei o meu trabalho de investigação.

O desempenho dos alunos e as suas dificuldades foram uma vertente que também me interessou. Assim, impôs-se encontrar tarefas relacionadas com a OTD que divergissem daquelas que eram mais rotineiras para se estudar o que se pretendia e, tendo em consideração que as tarefas dos manuais não fugiam muito da rotina, tive a preocupação de criar algumas tarefas de raiz. Não foi fácil, mas, pela avaliação do produto final, considero que o objetivo foi atingido e os alunos ficaram satisfeitos e apreciaram a realização de tarefas diferentes.

Quanto às demais áreas disciplinares que trabalhei posso afirmar que me realizaram plenamente. No que respeita à disciplina de Português, senti-me bastante confortável a lecioná-la, apesar do peso da responsabilidade, dado tratar-se de uma disciplina tão importante e transversal, fulcral para a evolução dos alunos e por ser a primeira que eu iria lecionar no contexto do 2º Ciclo. O tema que trabalhei despertou muito o interesse dos alunos, fator que me apraz registar e que considero vital para cativar a sua atenção e motivação, para além da minha satisfação pessoal.

Na área disciplinar de Ciências Naturais, o tema trabalhado, *“A Água no Mundo”*, foi muito interessante e, como seria de esperar, despertou a curiosidade dos alunos. Esta curiosidade exigia respostas e como tal, obrigou a uma preparação mais cuidada. A estratégia de aprendizagem adotada para esta área disciplinar possibilitou-me a realização de atividades experimentais que deram uma excelente dinâmica às aulas. Os alunos envolveram-se e motivaram-se com as atividades realizadas, sentindo que estavam a aprender e, como professora, este aspeto deixou-me particularmente feliz. A realização de um pequeno projeto de sensibilização para a escassez de água no Mundo foi importante para os alunos que, grande parte das vezes, mostraram desconhecer que

a água não é acessível a todos, sendo possível trabalhar também a educação ambiental e a educação para a cidadania.

Quanto à disciplina de História e Geografia de Portugal, por não ser da minha área de conforto, foi, de todas as disciplinas lecionadas, aquela em cuja preparação para as aulas a lecionar, dediquei um tempo bem acima daquilo que seria expectável, investigando acerca do tema para dar resposta às questões dos alunos.

Julgo que para todos nós, enquanto aprendizes, esta experiência no contexto é bastante gratificante e será sempre uma referência, uma vez que se trata, em termos de responsabilidade, da experiência mais importante, até agora, realizada, mas também por permitir aplicar todos os conceitos teóricos e práticos aprendidos ao longo de quatro anos. Além disso, o contacto com as crianças, docentes e não docentes e, até, encarregados de educação, proveniente da apresentação dos projetos de investigação que foi organizado pelo grupo pedagógico, para desta forma dar a conhecer aos encarregados de educação o trabalho desenvolvido durante as regências, permitiu sentir, de perto, o que é ser professora.

Apesar de todas as dificuldades que os professores atravessam, e de ter plena consciência de que será um caminho longo, e difícil, a percorrer, tenho certeza que quero continuar o caminho que abracei há cinco anos porque estou convicta que posso dar o meu pequeno contributo para a constituição de uma sociedade melhor, acreditando que uma sociedade é tanto melhor quanto melhor for a Escola e que esta só será boa se houver bons recursos, materiais e humanos, havendo a necessidade urgente de investir na educação.

## **Referências Bibliográficas**





## Referências Bibliográficas

- Barros, P. & Fernandes, J.A. (2001). *Dificuldades de alunos (futuros professores) em conceitos de estatística e probabilidades*. Retirado em 5 de junho de 2014 de <https://bibliotecadigital.ipb.pt/handle/10198/1559>.
- Barros, P., Martins, C. & Pires, M. V. (2009). Moda, média e mediana: perspectivas dos alunos vs trabalho dos professores. *Simpósio de Comunicações C16, Profmat2009 – Associação de Professores de Matemática*. Retirado em 15 de julho de 2014 de <http://www.apm.pt/encontro/profmat2009.php?id=142355#m142634>
- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P. & Vallecillos, A. (1995). Errores and difficulties in understanding statistical concepts. *Internacional Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 24 (4), 527-547.
- Batanero, C., Godino, J. D. (2004). *Didáctica de la estadística y probabilidade para maestros – Manual para el estudiante*. Proyecto Edumat-Maestro.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Branco, J. & Martins, M. E. (2002). Literacia Estatística. *Educação & Matemática*, 69, 9-13.
- Brocado, J. & Mendes, F. (2001). Processos usados na resolução de tarefas estatísticas. *Quadrante*, 10 (1), 33-58.
- Campos, C., Wodewotzki, M. & Jacobini, O. (2001). *Educação estatística – teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Carvalho, C. (2009). Reflexões em torno do ensino e aprendizagem da estatística – O exemplo dos gráficos. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do II Encontro de Probabilidades e Estatística nas Escolas 2009* (pp. 22-37). Braga: Universidade do Minho.
- Cruz, A. M. & Henriques, A. (2012). Erros e dificuldades de alunos do 1.º Ciclo na representação de dados através de gráficos estatísticos. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre

- & C. Nunes (Orgs.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 483-498). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Coutinho, C. P. (2014). *Metodologias de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teorias e Práticas*. Coimbra: Edições Almedina.
- Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. *Noesis*, 18, 64-66.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C., & Ribeiro, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas estatísticas: um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *ZETETIKÉ*, 15, 27-61.
- Fernandes, J., & Viseu, F. (2009). Uma intervenção de ensino em estatística no ensino profissional. In B. Silva, L. Almeida, Alfonso Barca & M. Peralbo (Orgs.), *Atas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 441-455). Braga: Universidade do Minho.
- Fernandes, J. A. (2009). Ensino e aprendizagem da estatística: realidades e desafios. In C. Costa, E. Mamede, & F. Guimarães (Orgs.), *Atas XIX Encontro Internacional de Educação Matemática* (pp. 1-13). Vila Real: SEM, SPCE.
- Fernades, J. A., Morais, P. C. & Locaz, T. (2011). Representação de dados através de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – IACME* (pp. 1-13). Brasil: Recife.
- Fernandes, J. A. (s/d). O Ensino da Estatística no Ensino Básico. *Correio da Educação*, 1-10.
- Freitas, C. (2012). Literacia Estatística no 5.º ano: uma experiência de ensino. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre & C. Nunes (Orgs.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 519-534). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70, 1, 1-51.

- Garfield, J. & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19 (1), 44-63.
- Huberman, A. M. & Miles, M. B. (1994). Data Management and Analysis Methods. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds), *Handbook of qualitative research* (pp. 428-441). Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Isaacs, A. C., & Kelso, C. R. (1996). Pictures, tables, graphs, and questions: Statistical processes. *Teaching Children Mathematics*, 2, 340–345.
- Magina, S., Cazola, I., Gitirana, V. & Guimarães, G. (2010). Concepções e concepções alternativas de média: um estudo comparativo entre professores e alunos do ensino fundamental. *Educar em Revista*, 2, 59-72.
- Martins, E. & Ponte, J. P. (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: Ministério da Educação – Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Martins, M. E., Loura, L. & Mendes, M. F. (2007). *Análise de Dados – Texto de Apoio para os Professores do 1.º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação – Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- MEC (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e da Ciência.
- ME (1991). *Organização Curricular e Programas*. Lisboa: Departamento de Educação Básica.
- ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- ME (2009). *Programa de Português do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Mendoza, L. P., Swift, J. (1989). Porquê ensinar estatística e probabilidades. *Educação Matemática*, 9, 17-36.

- Monteiro, C. & Ainley, J. (2003). Interpretation of graphs: Reading through the data. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3), 31-36.
- NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research & Evaluation Methods*. California: Sage Publications, Inc.
- Pimenta, R. (2009). Os projetos e o processo de ensino-aprendizagem da estatística. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 72-99). Braga: Universidade do Minho.
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.
- Regado, B. & Fonseca, F. (2002). *Escola Básica Integrada de Fragoso – Estrutura Económica e Social da Área Envolvente da Escola*. Documento policopiado não publicado.
- Ribeiro, A & Fernandes, J. A. (2013). Estratégias usadas por alunos do 7.º ano na resolução de tarefas estatísticas. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatísticas na Escola* (pp. 193-206). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Rocha, H. (2009). Estatística, do ensino à aprendizagem – um panorama sobre a atualidade. *Revista Educação e Matemática*, 101, 45-47.
- Santos, R. & Ponte, J. P. (2012). A interpretação de medidas de tendência central de futuros professores e educadores na realização de uma investigação estatística. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre & C. Nunes (Orgs.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (p. 471-481). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

- Silva, M. R. (2014). *Tarefas de Organização e Tratamento de Dados: o desempenho de uma turma do 5.º ano de escolaridade*. (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada) Viana do Castelo: Escola Superior de Educação – Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Smith, M, Hughes, E. K., Engle, R. A. & Stein, M. K. (2009). Orchestrating Discussions. *Mathematics Teaching in The Middle School*, 14(9), 548-556.
- Sousa, R. (2013). *A Organização e Tratamento de Dados: um estudo com alunos do 5.º ano de escolaridade*. (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada) Viana do Castelo: Escola Superior de Educação – Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Stein, M & Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão – da investigação à prática. *Educação & Matemática*, 105, 22-28.
- Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: o estudo de caso. *Revista da ESE*, 5, 171-202.
- Vieira, D. (2013). *A leitura e a construção de gráficos: estudo com uma turma do 5.º ano de escolaridade*. (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada) Viana do Castelo: Escola Superior de Educação – Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Yin, R. (1989). *Case Study Research: Design and Methods*. London: Sage.



**Anexos**





## **Anexo 1 – Autorização para os Encarregados de Educação**

### **Pedido de Autorização aos Encarregados de Educação**

Exmo. (a) Sr. (a) Encarregado (a) de Educação

Nós, Luísa Rodrigues, Mariana Freitas e Sara Sá, mestrandas do 2.º ano do curso de Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, pretendemos realizar um trabalho de investigação, no âmbito da tese de mestrado que tem por objetivo abordar uma temática nas seguintes áreas disciplinares: Matemática, História e Geografia de Portugal e Português, respetivamente.

A investigação, propriamente dita, teve início no decorrer do 2.º período através de observação participante. Contudo, para que possa levar a cabo este projeto, será imprescindível a colaboração dos alunos.

Neste sentido, vimos por este meio solicitar a V. Exa. a sua autorização para aplicar um questionário, bem como proceder à recolha dos testes realizados pelo seu educando no âmbito das disciplinas referenciadas, procedimentos necessários para a recolha de informação relevante para o estudo em causa. Relativamente às técnicas baseadas na conversação, vai-se optar pela implementação de entrevistas, com o propósito de estabelecer um contacto inicial entre os alunos e a temática a investigar. Salvaguarda-se que todos os dados recolhidos têm inteira garantia de confidencialidade, estando garantido a privacidade e o anonimato dos participantes.

Na eventualidade de surgir alguma dúvida, encontramos-nos inteiramente disponíveis para proceder a esclarecimentos.

Na expectativa de uma resposta favorável, subscrevemo-nos com os melhores cumprimentos.

Fragoso, 28 de abril de 2014.

A diretora de turma

As professoras estagiárias

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

-----  
**Autorização**

**Eu, \_\_\_\_\_, Encarregado(a) de Educação do (a) aluno(a) \_\_\_\_\_, n.º \_\_\_\_\_, turma \_\_\_\_\_, autorizo/ não autorizo a recolha de dados do meu educando no âmbito das áreas disciplinares indicadas.**

*Assinatura legível* \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_/04/2014



## Anexo 2 – Questionário 1

Nome: \_\_\_\_\_

Ano de escolaridade: \_\_\_\_\_ Nº: \_\_\_\_\_

1. Qual é a tua disciplina favorita? (Assinala com um X a(s) opção(ões)).

Língua Portuguesa		Matemática		Educação Musical	
Língua estrangeira (Inglês)		Ciências da Natureza		Educação Física	
História e Geografia de Portugal		Educação Visual e Tecnológica		Educação Moral e Religiosa	

2. Qual a disciplina que gostas menos? (Assinala com um X a opção).

Língua Portuguesa		Matemática		Educação Musical	
Língua estrangeira (Inglês)		Ciências da Natureza		Educação Física	
História e Geografia de Portugal		Educação Visual e Tecnológica		Educação Moral e Religiosa	

3. Se a tua disciplina preferida não é matemática, qual é a relação que tens com ela?

---

---

---

4. Dos conteúdos abaixo indicados, ordena-os com os números de 1 a 6, sendo o 1 o que mais gostas e o 6 o que menos gostas.

\_\_\_\_\_ Números Naturais

\_\_\_\_\_ Sólidos Geométricos

\_\_\_\_\_ Figuras no Plano: Ângulos, Triângulos e Círculo

\_\_\_\_\_ Números Racionais Não Negativos

\_\_\_\_\_ Organização e Tratamento de Dados

\_\_\_\_\_ Perímetros e Áreas

5. Que tipo de tarefas gostas mais de realizar nas aulas de matemática? (assinala com um X).

Trabalhar com materiais	<input type="checkbox"/>	Resolver problemas	<input type="checkbox"/>
Trabalhar com a calculadora	<input type="checkbox"/>	Resolver exercícios	<input type="checkbox"/>
Participar no quadro	<input type="checkbox"/>		
Realizar fichas de trabalho	<input type="checkbox"/>		

6. Qual é para ti o modo mais fácil de aprender matemática?

---

---

---

7. Quando resolves uma tarefa de matemática, achas mais fácil resolve-la por escrito ou explicá-la oralmente?

---

### Relativamente ao tema Organização e Tratamento de Dados

1. Já ouviste falar em Organização e Tratamento de Dados? Quando?

---

2. Se já ouviste, achaste o tema difícil?

---

3. Quais destes conteúdos gostaste mais de trabalhar? (assinala com um X **caso tenhas trabalhado algum deles**).

\_\_\_\_\_ Pictogramas

\_\_\_\_\_ Tabelas de Frequências Absolutas e Relativas

\_\_\_\_\_ Diagrama de caule-e-folhas

\_\_\_\_\_ Gráficos de Barras

Obrigada pela

### Anexo 3 – Questionário 2

Nome: \_\_\_\_\_

Ano de escolaridade: \_\_\_\_\_ Nº: \_\_\_\_\_

1. Qual a tua opinião sobre o tema Organização e Tratamento de Dados? É mais fácil ou mais difícil do que os outros temas que aprendeste?

---

---

2. Ordena de 1 a 7 os seguintes conteúdos, sendo 1 o que achaste mais fácil de aprender e 7 o que achaste mais difícil.

	Tabelas de frequências		Gráfico de linhas
	Diagrama de caule-e-folhas		Moda
	Média		Gráfico de barras
	Referencial cartesiano		

3. Qual a tarefa que mais gostaste de realizar?

---

4. Houve alguma tarefa que não gostaste de realizar? Se sim, qual?

---

5. O que é para ti a Organização e Tratamento de Dados?

---

---

---

Obrigada pela  
participação! 😊



#### **Anexo 4 – Guião da Entrevista Semiestruturada**

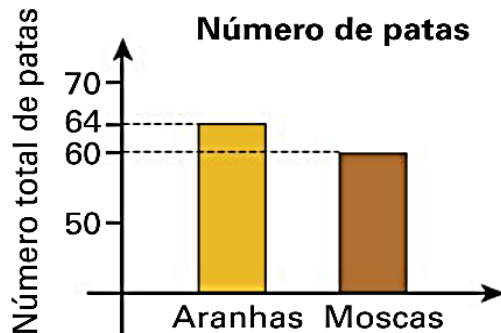
1. Gostaste das tarefas que foram realizadas ao longo da semana? Qual a que mais gostaste?
2. Qual o conteúdo, ou tarefa, que achaste mais difícil?
3. Tinhas conhecimentos destes conteúdos? Ajudaram?
4. Achaste esta tarefa difícil? Onde sentiste mais dificuldades?
5. Gostas mais de construir ou interpretar gráficos?





**T7: No laboratório**

- Há uma forma de identificar os insetos. Os insetos que pertencem ao grupo dos hexápodes são os que têm seis patas, como as moscas. As aranhas pertencem ao grupo dos aracnídeos, e têm oito patas. Para um estudo científico encontram-se num laboratório algumas moscas e algumas aranhas. No gráfico está representado o número total de patas de moscas e de aranhas que se encontram no laboratório.



1.1 No laboratório há mais moscas ou aranhas? Explica como pensaste.

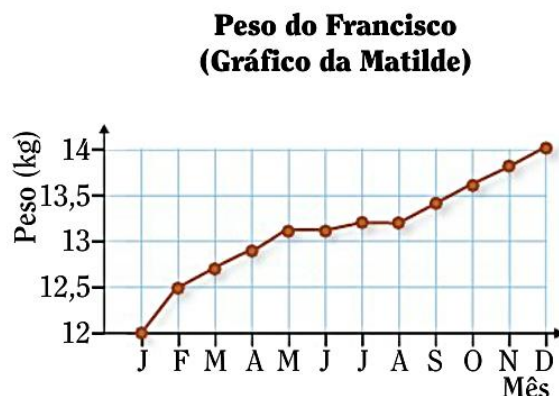
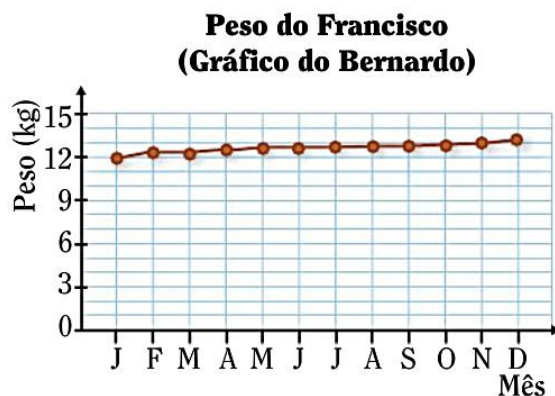
1.2 Durante a experiência fugiram algumas moscas e algumas aranhas. Das que ainda ficaram no laboratório sabe-se que:

- **No total perfazem 60 patas;**
- **O número de aranhas é o triplo do número de moscas.**

Determina o número de aranhas e de moscas que estão no laboratório. Explica como chegaste à resposta.

**T11: O peso do Francisco**

- No ano passado o Francisco pesou-se todos os meses e registou o seu peso numa tabela. Os seus irmãos decidiram registar esses valores num gráfico como os abaixo. Analisa-os e regista as diferenças.



### T17: Os testes da Beatriz

1. A Beatriz, nos três testes de Matemática, teve as seguintes classificações: 60%, 52% e 68%.

1.1 Calcula a média das classificações dos testes da Beatriz.

1.2 Sabendo que a turma só vai realizar mais **um teste**, calcula a média máxima que a Beatriz pode atingir. Explica como pensaste.

1.3 Supondo que a professora não vai ter em conta a pior das quatro classificações, calcula o valor máximo e o valor mínimo que a média da Beatriz pode atingir.

### T18: As turmas da professora Helena

A professora Helena tem três turmas do 5º ano: A, B e C.

Os gráficos referem-se às classificações obtidas pelos seus alunos no final do ano letivo.



Sabe-se que:

- Na turma A, a média é superior à moda;
- Na turma B, a média é igual à moda;
- Na turma C, a média é inferior à moda.

Gráfico	Turma
1	
2	
3	

Sabendo isto, completa corretamente a tabela.

### T21: A idade dos três irmãos

A Ana, o João e a Sofia são três irmãos, que nasceram todos em anos diferentes. Como são muito brincalhões, sempre que alguém lhes pergunta que idade têm eles respondem com uma adivinha: “A Ana é a **mais nova**. O João tem o **dobro da idade da Ana** e a Sofia tem **mais cinco anos que o João**. A **média** das nossas **idades é 10.**”

Consegues descobrir a **idade de cada um**?

Regista todos os cálculos que efetuares e explica o teu raciocínio.

### T25: O jardim da Francisca

Num referencial cartesiano, a Francisca desenhou um retângulo e, de seguida, apagou o referencial, deixando apenas as coordenadas de dois dos vértices, como vês na figura.



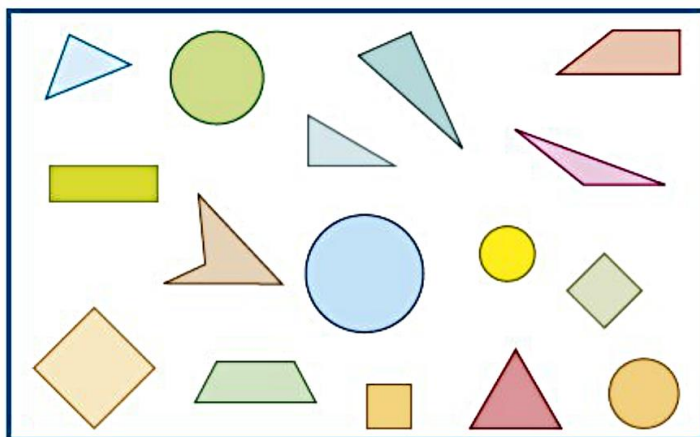
1.1 Encontra as coordenadas dos pontos B e D.

1.2 O ponto E tem de abcissa 4 e ordenada 3. Será que o ponto foi marcado no interior ou no exterior do retângulo da Francisca? Explica, por palavras, como pensaste.

1.3 Imagina que o retângulo da Francisca representa um jardim. Nesse, um jardineiro queria plantar quatro tipos de plantas, e para isso decidiu dividir o terreno em quatro partes iguais. Como pode o jardineiro resolver o problema, sabendo que o comprimento está expresso em metros? Explica como pensaste e apresenta todos os cálculos.

## T26: As figuras geométricas

1. Observa as seguintes figuras. A Vera, aluna do 5º ano da escola de Fragoso, vai organizar estas figuras em três grupos.



1.1 Como pode a Vera organizar as figuras, nos três grupos?

1.2 Elabora uma tarefa de frequências absolutas e relativas, com a organização que a Vera fez. Coloca a frequência relativa sob a forma de fração irredutível.

1.3 Produz um gráfico de barras, tendo em consideração a tabela que elaboraste.

1.4 Qual é a moda das figuras geométricas que a Vera tem?

## Anexo 6 – Ficha de Avaliação Sumativa

**MATEMÁTICA – Ficha de Avaliação nº 5**

**5º ANO**

Nome: \_\_\_\_\_

Ano / Turma : \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

ANO LECTIVO 2013 / 2014

**Avaliação**

O Professor

Enc. de Educação

\_\_\_\_\_ (\_\_\_\_)

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

1. Calcula o valor das seguintes expressões numéricas, indicando todos os cálculos que efetuares.

a)  $1 - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right)$

b)  $\frac{3}{10} + \frac{6}{4} \times \frac{3}{5}$

c)  $\left( \frac{2}{3} + \frac{3}{3} \times \frac{3}{2} \right) : 3$

d)  $2\frac{2}{3} : \frac{1}{4}$

e)  $0,4 \times \frac{5}{2} : \frac{4}{3}$

f)  $\frac{1}{8} + 3\frac{1}{4} : \frac{4}{2}$

2. Num determinado cálculo obteve-se o resultado 3,47258.

2.1 Indica o valor de 3,47258 arredondado às:

às unidades	
às décimas	
com duas casas decimais	
às décimas por defeito	
às unidades por excesso	

3. Identifica o nome da propriedade que permite escrever:

a)  $\left(2 + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{6} = 2 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$  \_\_\_\_\_

b)  $\frac{2}{5} \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$  \_\_\_\_\_

4. Escreve em linguagem natural:

a)  $5 \times 2$

b)  $2 \times \frac{1}{3} \times 100$

5. Na seguinte sequência de dados:

2	3	7	9	11	3	10	8	3	7
---	---	---	---	----	---	----	---	---	---

A frequência relativa de 7 é:

(A)  $\frac{2}{7}$

(B) 20%

(C) 0,3

(D) 0,7

6. Em quatro testes a Luísa obteve as seguintes classificações numa escala de 1 a 100:

**73 , 90 , 38 e 50**

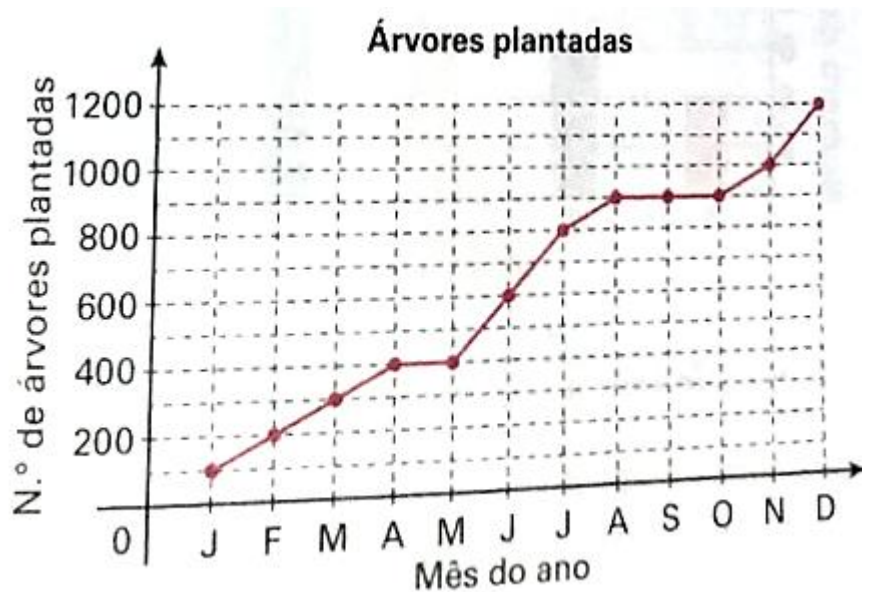
A Luísa esqueceu-se da classificação do quinto teste, mas sabe que a sua média é  $\frac{327}{5}$ .  
A classificação do 5º teste é:

- (A) 65,4%      (B) 64%      (C) 76%      (D) 70%

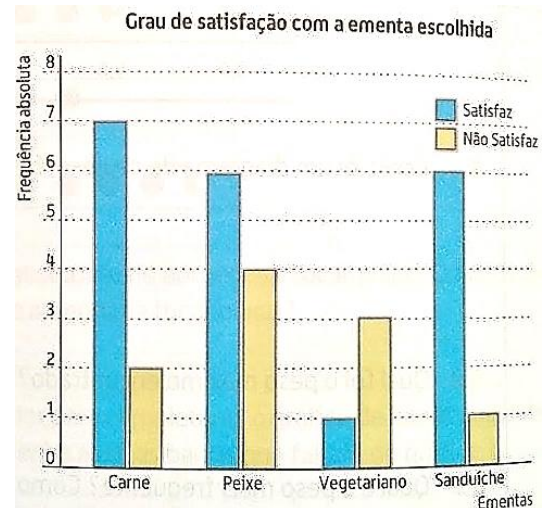
7. O gráfico da figura 2 mostra o número de árvores plantadas pelos serviços florestais de uma câmara municipal.

Se  $\frac{1}{4}$  das árvores plantadas em **maio** e **junho** foram pinheiros, quantas árvores plantadas nesse período não foram pinheiros?

- (A) 250  
(B) 450  
(C) 300  
(D) 750



8. Um restaurante no centro da cidade de Lisboa propõe, diariamente, aos seus clientes quatro ementas diferentes: **Carne; Peixe; Vegetariano; Sanduíche especial**. Para ir ao encontro das necessidades dos seus clientes, a direção do restaurante fez um inquérito no qual era perguntado o prato escolhido para a refeição e o grau de satisfação com os mesmos (Satisfaz e Não satisfaz). Os dados recolhidos encontram-se representados no gráfico de barras.



8.1 Quantos clientes responderam ao inquérito?

---

8.2 Qual foi a **ementa** pedida com mais frequência?

---

8.3 Constrói uma tabela de frequências absolutas e relativas (sob a forma de fração irredutível) que represente a situação.



9. Para organizar as classificações do teste de Ciências da Natureza a professora da Maria elaborou o seguinte diagrama.

9.1 Qual o número de alunos desta turma?

9.2 O professor atribui a classificação de Bom quando um aluno obtém uma classificação entre 70% e 80%. A quantos alunos foi atribuída essa classificação?

3	8
4	2 4 7
5	0 2 2 5 5 7
6	1 2 3 3 7 7 8
7	2 7 9 9 9
8	0 6 7
9	2 5

10. A turma da Rita obteve os seguintes níveis à disciplina de matemática no final do período:

4	4	2	1	3	5	2	3
3	3	2	4	4	4	3	4
		5	2	3	4		

- 10.1 Organiza os níveis obtido na disciplina de matemática num gráfico de barras.

**10.2** A Rita disse à mãe “**A minha classificação foi igual à média da turma**”.

Qual foi a classificação da Rita?

**10.3** O professor de matemática apresentou a classificação dos testes de **alguns** alunos:

59	45
50	65
87	45
52	75
50	68
45	57

10.3.1 Organiza as classificações dos testes num diagrama de caule-e-folhas.

**10.4** Qual a classificação que se obteve com mais frequência nos testes?  
Como se designa, estatisticamente, esse valor?

---

---

---

Bom